

# 南京外国语学校 2022—2023 学年度第一学期高一年级

## 第一次阶段测试

### 数学试卷

2022.10

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

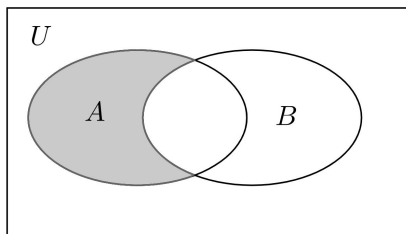
1. 已知集合  $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{1, 2\}$                       B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{0, 2\}$

2. 命题“ $\forall x > 0$ , 都有  $x^2 - x + 3 \leq 0$ ”的否定为 ( )

- A.  $\exists x \leq 0$ , 使得  $x^2 - x + 3 > 0$                       B.  $\exists x > 0$ , 使得  $x^2 - x + 3 > 0$   
 C.  $\forall x > 0$ , 都有  $x^2 - x + 3 > 0$                       D.  $\forall x \leq 0$ , 都有  $x^2 - x + 3 > 0$

3. 如图, 已知集合  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{x | (x+1)(x-2) \leq 0\}$ , 则图中阴影部分表示的集合的子集的个数为 ( )



- A. 3                                  B. 4                                  C. 7                                  D. 8

4. 若命题：“ $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 - x - m = 0$ ”是真命题, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left[-\frac{1}{4}, 0\right]$                       B.  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$                       C.  $\left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$                       D.  $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$

5. 若  $A = \left\{x \left| \left|x - \frac{1}{2}\right| < 1\right.\right\}$ ,  $B = \left\{x \left| \frac{1}{x} \geq 1\right.\right\}$ , 定义  $A \times B = \{x | x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$ , 则

$A \times B =$  ( )

- A.  $\left\{x \left| -\frac{1}{2} < x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x < \frac{3}{2}\right.\right\}$                       B.  $\left\{x \left| -\frac{1}{2} < x \leq 0 \text{ 或 } 1 < x < \frac{3}{2}\right.\right\}$

C.  $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq \frac{3}{2}\right\}$

D.  $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$

6. 已知  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 且  $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$ , 则下列不等式不正确的 ( )

A.  $ab \geq 16$

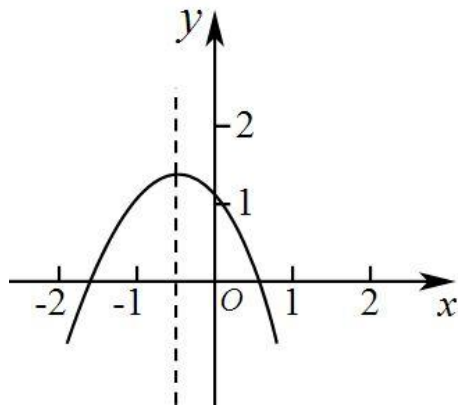
B.  $2a + b \geq 6 + 4\sqrt{2}$

C.  $a - b < 0$

D.  $\frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} \geq \frac{1}{2}$

7. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示, 下列结论中正确的是 ( )

①  $abc < 0$ ; ②  $b^2 - 4ac < 0$ ; ③  $2a > b$ ; ④  $a + c > b$ .



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

8. 已知  $a, b$  为正实数, 则“ $\frac{ab}{a+b} \leq 2$ ”是“ $ab \leq 16$ ”的 ( )

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择题: 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设集合  $M = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$ ,  $N = \{x \mid ax + 2 = 0, a \in \mathbb{R}\}$  且  $M \cap N = N$ , 则实数  $a$  可以是 ( )

A. -1

B. 1

C.  $\frac{2}{3}$

D. 0

10. 下列说法正确的是 ( )

A. 不等式  $(2x-1)(1-x) < 0$  的解集为  $\left\{x \mid x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 1\right\}$

B. 若实数  $a, b, c$  满足  $ac^2 > bc^2$ , 则  $a > b$

C. 若  $x \in \mathbb{R}$ , 则函数  $y = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$  的最小值为 2

D. 当  $x \in \mathbb{R}$  时, 不等式  $kx^2 - kx + 1 > 0$  恒成立, 则  $k$  的取值范围是  $(0, 4)$

11. 已知  $a < b < 0$ ,  $c > 0$ , 则 ( )

A.  $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

B.  $\frac{c}{a^2} < \frac{c}{b^2}$

C.  $\frac{b}{a} < \frac{c-b}{c-a}$

D.  $\frac{a^2}{b^2} < \frac{a^2+c}{b^2+c}$

12. 若  $a, b \in (0, +\infty)$ ,  $a+b=1$ , 则下列说法正确的有 ( )

A.  $\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$  的最小值为 4

B.  $\sqrt{1+a} + \sqrt{1+b}$  的最大值为  $\sqrt{6}$

C.  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$  的最小值为  $3 + 2\sqrt{2}$

D.  $\frac{2a}{a^2+b} + \frac{b}{a+b^2}$  的最大值是  $\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

**三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**

13. 《墨子·经说上》上说:“小故, 有之不必然, 无之必不然, 体也, 若有端, 大故, 有之必然, 若见之成见也.”这一段文字蕴含着十分丰富的逻辑思想, 那么文中的“小故”指的是逻辑中的\_\_\_\_\_. (选“充分不必要条件”、“必要不充分条件”、“充要条件”、“既不充分也不必要条件”之一填空)

14. 比较大小:  $\sqrt{5}-2$  \_\_\_\_\_  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (填“>”或“<”).

15. 关于  $x$  的方程  $(1-a)x^2 + (a+2)x - 4 = 0$  有两个不同的正根的充要条件是\_\_\_\_\_.

16. 若命题:“存在整数  $x$  使不等式  $(kx - k^2 - 4)(x - 4) < 0$  成立”是假命题, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**四、解答题: 本题共 2 小题, 共 28 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知集合  $A = \left\{ x \mid \frac{x-(a-2)}{x-(a+2)} \leq 0 \right\}$ ,  $B = \{ x \mid -1 < x < 2 \}$ .

(1) 若  $a=3$ , 求  $A \cap B$ ;

(2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

18. 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

(1) 若  $f(x) < 0$  的解集为  $(1, 2)$ , 求不等式  $cx^2 + bx + a < 0$  的解集;

(2) 若对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) \neq 0$  恒成立, 求  $\frac{b}{a+c}$  的最大值;

(3) 若对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $2x+2 \cdot f(x) \cdot 2x^2 - 2x+4$  恒成立, 求  $ab$  的最大值.