



- A. 22.2%                      B. 43.8%                      C. 56.2%                      D. 77.8%

8. 已知  $a = \log_3 \pi, b = \frac{1}{\log_3 \pi - 1}, c = \frac{1}{2 - \log_3 \pi}$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$                       B.  $b < c < a$                       C.  $c < a < b$                       D.  $a < c < b$

二、多选题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.)

9. 下列说法正确的是 ( )

- A.  $A \cap B \neq \emptyset$  是  $A \subseteq B$  的既不充分也不必要条件  
 B. “ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”是“ $a < b$ ”的既不充分也不必要条件  
 C. 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”是“ $a, b$  不全为 0”的充要条件  
 D. “ $a > b > 0$ ”是“ $a^n > b^n (n \in \mathbf{N}, n \geq 2)$ ”的充要条件

10. 下列说法正确的是 ( )

- A. 已知  $0 < x < \frac{1}{2}$ , 则  $x(1 - 2x)$  的最大值为  $\frac{1}{8}$   
 B. 当  $x < \frac{4}{3}$  时,  $y = 3x - 1 + \frac{1}{3x - 4}$  的最大值是 1  
 C. 若  $1 < a < 3, 2 < b < 5$ , 则  $2a - 3b + 1$  的取值范围是  $(-4, 1)$   
 D. 若  $M = 2a(a - 2) + 7, N = (a - 2)(a - 3)$ , 则  $M < N$

11. 已知  $\log_2 3 = m, \log_3 7 = n$ , 则  $\log_{42} 56$  的值不可能是 ( )

- A.  $\frac{mn + 3}{mn + 1}$                       B.  $\frac{m + n + 3}{2m + n + 1}$                       C.  $\frac{mn + 3}{mn + m + 1}$                       D.  $\frac{mn + 3}{mn - m + 1}$

12. 已知正数  $x, y, z$  满足  $3^x = 4^y = 6^z$ , 则下列说法中正确的是 ( )

- A.  $x + y > \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)z$                       B.  $xy > 2z^2$                       C.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{z}$                       D.  $3x > 4y > 6z$

三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知集合  $A = \{4, 3, 5m - 6\}, B = \{3, m^2\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 对于任意实数  $a, b, c$ , 有以下命题:

- ①“ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”的充要条件;  
 ②“ $a + 5$  是无理数”是“ $a$  是无理数”的充要条件;  
 ③“ $(x - a)(x - b) = 0$ ”是“ $x = a$ ”的充分条件;

④“ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件.

其中正确命题的序号是\_\_.

15. 已知  $a = \frac{\sqrt{\lg 2 + \lg 5 - 4 \lg 2 \lg 5} \cdot (\lg 27 + \lg 64 - e^{\ln 3})}{0.3 \lg 1.2 \lg 2.5}$ ,  $b = \log_3 7 \cdot \log_{49} \frac{1}{9}$ , 则  $\lg a^{2020} - b^{2021} + 1$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1, c \in \mathbf{R}$ , 则  $\frac{3a}{bc^2 + b} + \frac{1}{abc^2 + ab} + 2c^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.

#### 四、解答题 (本大题共 6 题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 计算:

$$(1) (4 + 2\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} - 4 \times 8^{-\frac{2}{3}} - \sqrt{27} \times \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{2}} + \sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a^{-1}}} \div \sqrt{\sqrt[3]{a^{-1}} \cdot \sqrt[3]{a^2}};$$

$$(2) \log_2 3 \cdot \log_3 4 + (\lg 5)^2 + \lg 5 \cdot \lg 20 + \frac{1}{2} \lg 16 - 2^{\log_2 3}.$$

18. 解下列不等式:

$$(1) 6 - 2x \leq x^2 - 3x < 18;$$

$$(2) \frac{x+1}{3x-2} \geq 2;$$

$$(3) x^2 - 3|x| + 2 > 0.$$

19. 已知集合  $A = \{x \mid |x-1| \leq 3\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 2mx + m^2 - 4 \leq 0\}$ .

(1) 命题  $p: x \in A$ , 命题  $q: x \in B$ , 且  $p$  是  $q$  的必要非充分条件, 求实数  $m$  的取值范围:

(2) 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围.

20. 已知  $f(x) = |x-1| + |2x+3|$ .

(1) 求不等式  $f(x) > 4$  的解集;

(2) 设  $f(x)$  的最小值为  $m$ ,  $a + b = m$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 求  $\frac{2}{2a+1} + \frac{1}{b}$  的最小值.

21. 设函数  $f(x) = mx^2 - mx - 1$ .

(1) 若对于  $x \in [-2, 2]$ ,  $f(x) < -m + 5$  恒成立, 求  $m$  的取值范围;

(2) 若对于  $m \in [-2, 2]$ ,  $f(x) < -m + 5$  恒成立, 求  $x$  的取值范围.

22. 党中央国务院对节能减排高度重视, 各地区各部门认真贯彻党中央国务院关于“十三五”节能排的决策部署, 把节能减排作为转换发展方式, 经济提质增效, 建设生态文明的重要抓手, 取得重要进展. 新能源汽车

环保节能以电代油，减少排放，既符合我国国情，也代表了汽车产业发展的方向为了响应国家节能减排的号召，2021年某企业计划引进新能源汽车生产设备，通过市场分析：全年需投入固定成本2500万元.每生

产  $x$  (百辆) 新能源汽车，需另投入成本  $C(x)$  万元，且  $C(x) = \begin{cases} 10x^2 + 500x & 0 < x < 40 \\ 901x + \frac{6400}{x} - 6300x & x > 40 \end{cases}$ ，由市场调研

知，每辆车售价9万元，且生产的车辆当年能全部销售完.

(1) 请写出2021年的利润  $L(x)$  (万元) 关于年产量  $x$  (百辆) 的函数关系式；(利润=销售-成本)

(2) 当2021年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求出最大利润.