

2022-2023 学年江苏省南京市高淳中学高一（上）

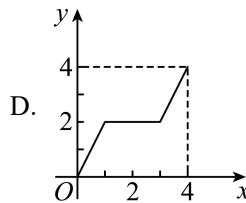
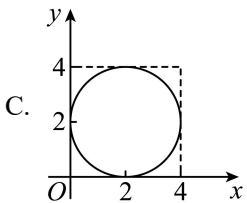
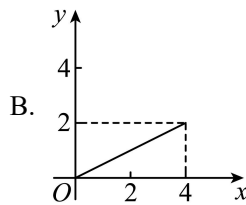
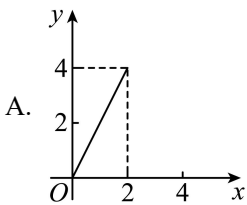
月考试卷（10 月份）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | 2x - 1 > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-3, 1)$ B. $(-3, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{2}, 3)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

2. 设集合 $P = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, $Q = \{y | 0 \leq y \leq 4\}$, 则下列图象能表示集合 P 到集合 Q 且集合 Q 为值域的函数关系的有 ()



3. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a > 2$ ”是“ $a^2 > 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $(\frac{1}{2})^a = 5^b = m$, 且 $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 2$, 则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. 10 C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 点声源亦称为“球面声源”或“简单声源”，为机械声源中最基本的辐射体，点声源在空间中传播时，衰减量 ΔL 与传播距离 r (单位：米) 的关系视为 $\Delta L = 10 \lg \frac{\pi r^2}{4}$ (单位：dB), 取 $\lg 5 \approx 0.7$, 则 r 从 5 米变化到 80 米时，衰减量的增加值约为 ()

- A. 18dB B. 20dB C. 24dB D. 27dB

6. 若实数 a, b , 满足 $a < b < 0$, 实数 $m < 0$, 则下列不等式中一定成立的是 ()

A. $a + \frac{1}{a} < b + \frac{1}{b}$

B. $mb^2 < ma^2$

C. $\frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$

D. $\frac{2a+b}{a+2b} < \frac{a}{b}$

7. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{2x - 2}$ ，定义域为 $(-4, 1)$ ，则函数 $f(x)$ ()

A. 有最小值 1

B. 有最大值 1

C. 有最小值 3

D. 有最大值 3

8. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，且 $a \neq b$ ，满足 $\begin{cases} (a-2)^4 + (a-2)^2 = 2022 \\ (b-2)^4 + (b-2)^2 = 2022 \end{cases}$ ，若对于任意的 $x \in [3, 8]$ ，均有

$tx^2 + 2x \cdot a + b$ 成立，则实数 t 的最大值是 ()

A. $-\frac{1}{4}$

B. $-\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{2}{9}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，不选或有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是 ()

A. 存在实数 a ，使得不等式 $a + \frac{1}{a} < 2$ 成立

B. 命题“ $\exists x \geq 1, x^2 < 1$ ”的否定是“ $\forall x < 1, x^2 \geq 1$ ”

C. 函数 $y = x$ 与函数 $y = (\sqrt{x})^2$ 表示同一个函数

D. 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - ax + a > 0$ ”为真命题，则实数 a 的取值范围是 $(0, 4)$

10. 给定集合 A, B ，定义 $A - B = \{x | x \in A, \text{且} x \notin B\}$ ，则 $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$ 叫做集合 A 与集合 B 的对称差，若集合 $A = \{y | y = x^2 - 2x - 1, 0 < x < 3\}$ ， $B = [1, 5)$ ，则下列说法中正确的是 ()

A. $A = [-2, 2]$

B. $A \triangle B = [-2, 1] \cup (2, 5)$

C. $A \triangle B = B \triangle A$

D. $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$

11. 已知 $a > 0$ ， $a > b$ ，且 $a + b = 1$ ，则 ()

A. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$

B. $2a^2 + b^2 \geq \frac{2}{3}$

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的最大值是 $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{a} + \frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1 + \sqrt{2}$

12. 已知函数 $f(x) = x^2 + mx - 1$, 则下列说法中正确的是 ()

A. 若 x_1, x_2 为方程 $f(x) = -6$ 的两实数根, 且 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = 3$, 则 $m = \pm 5$

B. 若方程 $f(x) = -2$ 的两实数根都在 $(0, 2)$, 则实数 m 的取值范围是 $(-\frac{5}{2}, -2]$

C. 若 $\forall x \in (0, +\infty)$, $f(x) < 2x^2$, 则实数 m 的取值范围是 $(-2, 2)$

D. 若 $\forall x \in [m, m+1]$, $f(x) < 0$, 则实数 m 的取值范围是 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$

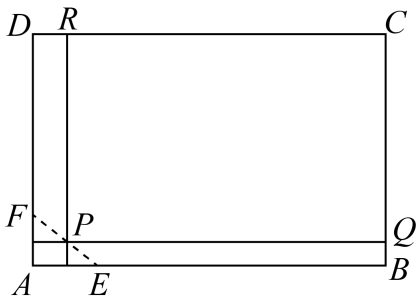
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 的定义域为_____.

14. 已知函数 $f(x) = (\frac{1}{3})^{x-2} - 3$, $x \in \mathbf{R}$, 则 $f(\log_3 4) =$ _____.

15. 已知非负实数 x, y 满足 $3x + 4y = 1$, 则 $\frac{1}{x+y} + \frac{2}{x+2y}$ 的最小值为_____.

16. 如图, 某房地产开发公司要在矩形 $ABCD$ 上规划出一块矩形地 $PQCR$ 建造住宅区, 为了保护文物, 住宅区不能超越文物保护区 $\triangle AEF$ 的界限 EF . 由实地测量知, $AB = 200\text{m}$, $AD = 160\text{m}$, $AE = 60\text{m}$, $AF = 40\text{m}$, 则当设计矩形住宅区的长 $PQ =$ _____, 才能使其面积最大, 最大面积是_____.



四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (1) $(\lg 2)^2 + \lg 5 \cdot \lg 20$;

(2) $\log_{\sqrt{2}} 4 - \log_2 3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 8$;

(3) $8^{\frac{1}{3}} + (-\frac{8}{9})^0 + (1.5)^{-4} \cdot \sqrt[3]{(3\frac{3}{8})^2} - [(-2)^4]^{\frac{1}{2}}$.

18. 设函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的定义域为集合 A , 集合 $B = \{x \mid x^2 + (2 - 2m)x + m(m - 2) = 0\}$. 给出下列条件①“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的充分条件; ② $A \cup B = \mathbf{R}$; ③ $B \cap \partial_{\mathbf{R}} A = B$. 从中选一个作为已知填在横线上, 并解答.

(1) 若 $m = \frac{3}{2}$, 求 $(\partial_{\mathbf{R}} A) \cap B$;

(2) 设集合 A, B 满足条件 _____, 若这样的实数 m 存在, 求 m 取值范围, 若不存在说明理由.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. 已知二次函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x+1) + f(x-1) = 2x^2 - 4x + 2$, 若函数 $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 1 \\ \frac{7x-4}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若实数 a 满足 $g(a+3) = 8$, 求 a 的取值范围.

20. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域与函数 $y = f(f(x))$ 的定义域的交集为 D , 若对于任意的 $x \in D$, 都有 $f(f(x)) = x$, 则该函数 $f(x)$ 是集合 M 的元素.

(1) 判断 $f(x) = 2x - 1$ 和 $g(x) = \frac{1}{x}$ 是不是集合 M 中的元素;

(2) 设函数 $f(x) \in M$, 且 $f(x) = 2kx + 3b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$), 试求函数 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $a \neq 0$, $f(x) = \frac{ax}{x+b} \in M$, 试求实数 a, b 应满足的关系.

21. 对口帮扶是我国一项重要的扶贫开发政策, 在对口扶贫工作中, 某生态基地种植某中药材的年固定成本为 250 万元, 每产出 x 吨需另外投入可变成本 $C(x)$ 万元, 已知 $C(x) = \begin{cases} ax^2 + 49x, & 0 < x \leq 50 \\ 51x + \frac{14400}{2x+1} - 870, & 50 < x \leq 100 \end{cases}$,

通过市场分析, 该中药材可以每吨 50 万元的价格全面售完, 设基地种植该中药材年利润 (利润 = 销售额 - 成本) 为 $L(x)$ 万元, 当基地产出该中药材 40 吨时, 年利润为 190 万元. ($\sqrt{2} \approx 1.41$)

(1) 年利润 $L(x)$ (单位: 万元) 关于年产量 x (单位: 吨) 的函数关系式;

(2) 当年产量为多少时 (精确到 0.1 吨), 所获年利润最大? 最大年利润是多少 (精确到 0.1 吨)?

22. 已知 $f(x) = 2x^2 + bx + c$, 不等式 $f(x) < -12$ 的解集是 $(2, 3)$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 不等式组 $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x+k) < 0 \end{cases}$ 的正整数解仅有 2 个，求实数 k 取值范围；

(3) 若对于任意 $x \in [-1, 1]$ ，不等式 $t \cdot f(x) \cdot 2$ 恒成立，求 t 的取值范围.