2022-2023 学年江苏省南京市高淳中学高一（上）月考试卷（10 月份）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}$，$B=\{x|2x-1>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(-3,1)$　　　　B. $\left(-3,\frac{1}{2}\right)$　　　　C. $\left(\frac{1}{2},3\right)$　　　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】

可以先求出集合 A,B，然后进行交集的运算即可.

【详解】$A=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$，

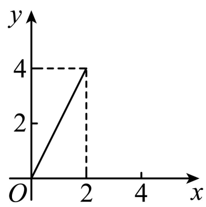
$$B=\{x|2x-1>0\}=\left\{x\middle|x>\frac{1}{2}\right\},$$

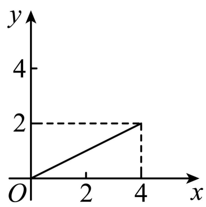
$$\therefore A\cap B=\left(\frac{1}{2},3\right).$$

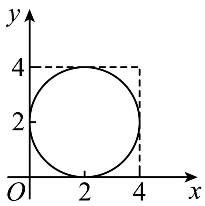
故选：C.

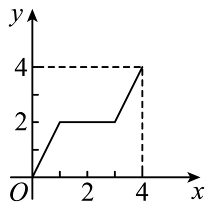
【点睛】本题考查了一元二次不等式的解法，描述法、区间的定义，交集的运算，考查了计算能力，属于容易题.

2. 设集合 $P=\{x|0\le x\le 4\}$，$Q=\{y|0\le y\le 4\}$，则下列图象能表示集合 P 到集合 Q 且集合 Q 为值域的函数关系的有（　　）

A.


B.


C.


D.


【答案】D

【解析】

【分析】由已知结合函数的定义分别检验各选项即可判断.

【详解】对于 A ,由函数的定义知 A 的定义域不是 P ，不符合题意；

对于 B , B 的值域不是 Q ，不符合题意；

对于 C , C 中集合 P 中有的元素在集合 Q 中对应两个函数值,不符合函数定义;

对于 D ,能表示集合 P 到集合 Q 的函数关系.

故选: D .

3. 已知 $a\in \mathrm{R}$ ，则“$a>2$”是“$a^2>4$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】求解 $a^2>4$，得出 $a>2$ 或 $a<-2$，根据充分必要的定义判断即可得出答案.

【详解】$\because a^2>4$，解得 $a>2$ 或 $a<-2$，

则 $a>2$ 时一定满足 $a^2>4$，而 $a^2>4$ 时不一定有 $a>2$，

所以“$a>2$”是“$a^2>4$”的充分不必要条件.

故选：A.

4. 设 $(\frac{1}{2})^a=5^b=m$，且 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=2$，则 $m=$（　　）

A. $\frac{1}{10}$

B. 10

C. $\sqrt{10}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据指数式和对数式的关系可得 $a=\log_{\frac{1}{2}}m$， $b=\log_5 5$， 再利用对数的运算性质即可求出答案.

【详解】由题意得 $(\frac{1}{2})^a=5^b=m$， $m>0$，则 $a=\log_{\frac{1}{2}}m$， $b=\log_5 m$，

所以 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\log_m 5-\log_m\frac{1}{2}=\log_m 5+\log_m 2=\log_m 10=2$，

则 $m^2=10$，则 $m=\sqrt{10}$，

故选：C.

5. 点声源亦称为“球面声源”或“简单声源”，为机械声源中最基本的辐射体，点声源在空间中传播时，衰减量$\triangle L$与传播距离r（单位：米）的关系视为$\triangle L=10\lg\frac{\pi r^2}{4}$（单位：dB），取$\lg5\approx0.7$，则$r$从5米变化到80米时，衰减量的增加值约为（　　）

A. 18dB　　　B. 20dB　　　C. 24dB　　　D. 27dB

【答案】C

【解析】

【分析】将$r=5$，80，分别代入方程，变化量就是它们之差.

【详解】当$r=5$时，$\triangle L_1=10\lg\frac{25\pi}{4}$，当$r=80$时，$\triangle L_2=10\lg1600\pi$，

则衰减量的增加值约为$\triangle L_2-\triangle L_1=10\lg1600\pi-10\lg\frac{25\pi}{4}=80\lg2=80(\lg10-\lg5)\approx80\times(1-0.7)=24$.

故选：C

6. 若实数a，b，满足$a<b<0$，实数$m<0$，则下列不等式中一定成立的是（　　）

A. $a+\frac{1}{a}<b+\frac{1}{b}$　　　B. $mb^2<ma^2$

C. $\frac{b}{a}>\frac{b+m}{a+m}$　　　D. $\frac{2a+b}{a+2b}<\frac{a}{b}$

【答案】D

【解析】

【分析】取特殊值判断AC，利用不等式的性质判断B，由作差法判断D.

【详解】对于A，取$a=-1,b=-\frac{1}{2}$，则$a+\frac{1}{a}=-1-\frac{1}{1}=-2,b+\frac{1}{b}=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$，因为$-2>-\frac{5}{2}$，故A错误，

对于B，因为$a<b<0$，所以$b^2<a^2$，又因为$m<0$，所以$mb^2>ma^2$，故B错误，

对于C，取$a=m=-2,b=-1$，则$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}<\frac{b+m}{a+m}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$，故C错误，

对于D，$\frac{2a+b}{a+2b}-\frac{a}{b}=\frac{2ab+b^2-a^2-2ab}{(a+2b)b}=\frac{b^2-a^2}{(a+2b)b}$，因为$a<b<0$，所以$a^2>b^2$，即$b^2-a^2<0$，

又$(a+2b)b>0$，所以$\frac{2a+b}{a+2b}-\frac{a}{b}<0$，故D正确，

故选：D.

7. 已知函数$f(x)=\frac{x^2+2x-2}{2x-2}$，定义域为$(-4,1)$，则函数$f(x)$（　　）

A. 有最小值1　　　B. 有最大值1

C. 有最小值 3　　　　　　　　　　　　D. 有最大值 3

【答案】B

【解析】

【分析】化简得 $f(x)=\frac{1}{2}\left[(x-1)+\frac{1}{x-1}\right]+2$，利用基本不等式可求得答案.

【详解】$f(x)=\frac{x^2+2x-2}{2x-2}=\frac{1}{2}\left[(x-1)+\frac{1}{x-1}+4\right]=\frac{1}{2}\left[(x-1)+\frac{1}{x-1}\right]+2$，

$\because -4<x<1$，$\therefore 0<-(x-1)<5$，

由基本不等式，$-(x-1)+\frac{1}{-(x-1)}\geq 2\sqrt{[-(x-1)]\left[\frac{1}{-(x-1)}\right]}=2$，当且仅当 $x-1=\frac{1}{x-1}$ 时，即 $x=0$ 时等号成立，

$\therefore \frac{1}{2}\left[(x-1)+\frac{1}{x-1}\right]+2=-\frac{1}{2}\left[-(x-1)+\frac{1}{-(x-1)}\right]+2\leq-\frac{1}{2}\times 2+2=1$，

即 $f(x)\leq 1$，$f(x)$ 最大值为 1.

故选：B.

8. 已知 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a^{1}\ b$，满足 $\begin{cases}(a-2)^4+(a-2)^2=2022\\(b-2)^4+(b-2)^2=2022\end{cases}$，若对于任意的 $x\in[3,8]$，均有 $tx^2+2x\bullet a+b$ 成立，则实数 t 的最大值是（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　　　　B. $-\frac{2}{9}$　　　　C. $\frac{1}{4}$　　　　D. $\frac{2}{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意得到 $a+b=4$，则对于任意的 $x\in[3,8]$，均有 $tx^2+2x\bullet 4$，利用函数恒成立知识即可求解.

【详解】已知 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a^{1}\ b$，满足 $\begin{cases}(a-2)^4+(a-2)^2=2022\\(b-2)^4+(b-2)^2=2022\end{cases}$，

且 $(a-2)^4+(a-2)^2=(2-a)^4+(2-a)^2=2022$，

又 $a^{1}\ b$，则 $a-2\neq b-2$，则有 $2-a=b-2$，即 $a+b=4$，

所以若对于任意的 $x\in[3,8]$，均有 $tx^2+2x\bullet a+b=4$ 成立，

即 $t \bullet \dfrac{4-2x}{x^2}=\left(\dfrac{2}{x}\right)^2-\dfrac{2}{x}=\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$，对于任意的 $x\in[3,8]$ 恒成立，

当 $x\in[3,8]$ 时，$\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\text{开}-\dfrac{1}{4}$，当 $x=4$ 时等号成立，即得 $t\bullet-\dfrac{1}{4}$.

故选：A.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，不选或有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是（　　）

A. 存在实数 a，使得不等式 $a+\dfrac{1}{a}<2$ 成立

B. 命题“$\exists x\geq 1$，$x^2<1$”的否定是“$\forall x<1$，$x^2\geq 1$”

C. 函数 $y=x$ 与函数 $y=(\sqrt{x})^2$ 表示同一个函数

D. 若命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-ax+a>0$”为真命题，则实数 a 的取值范围是 $(0,4)$

【答案】AD

【解析】

【分析】举反例可判断 A，由特称命题的否定为全称命题可判断 B，由两个函数的定义域不同可判断 C，由二次函数的性质可判断 D.

【详解】对于 A，当 $a=-1$ 时，$a+\dfrac{1}{a}=(-1)+\dfrac{1}{(-1)}<2$ 成立，故 A 正确，

对于 B，命题“$\exists x\geq 1$，$x^2<1$”的否定是“$\forall x\geq 1$，$x^2\geq 1$，故 B 错误，

对于 C，函数 $y=x$ 的定义域是 $x\in\mathbf{R}$，函数 $y=(\sqrt{x})^2$ 的定义域是 $\{x\mid x\geq 0\}$，两个函数的定义域不同，所以不是同一个函数，故 C 错误，

对于 D，因为 $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-ax+a>0$，则 $a^2-4a<0$，解得 $0<a<4$，故 D 正确.

故选：AD.

10. 给定集合 A,B，定义 $A-B=\{x\mid x\in A$，且 $x\notin B\}$，则 A $\triangle B=(A-B)\cup(B-A)$ 叫做集合 A 与集合 B 的对称差，若集合 $A=\{y\mid y=x^2-2x-1$，$0<x\bullet 3\}$，$B=[1$，$5)$，则下列说法中正确的是（　　）

A. $A=[-2$，$2]$

B. A $\triangle B=[-2$，$1]\cup(2,5)$

C. A $\triangle B=B\triangle$ A

D. A $\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据已知条件，结合对称差的定义，即可依次求解.

【详解】对于 A，$\because A=\{y\,|\,y=x^2-2x-1，0<x\bullet 3\}$，

$\therefore A=\{y\,|-2\bullet y\bullet 2\}$，即 $A=[-2，2]$，故 A 正确，

对于 B，$\because A=[-2，2]$，$B=[1，5)$，

$\therefore A\triangle B=(A-B)\cup(B-A)=[-2，1)\cup(2，5)$，故 B 错误，

对于 C，A $\triangle B=(A-B)\cup(B-A)=(B-A)\cup(A-B)=B\triangle$ A，故 C 正确，

对于 D，$\because (A\cup B)-(A\cap B)=[-2，5)-[1，2]=[-2，1)\cup(2，5)$，

又$\because A\triangle B=(A-B)\cup(B-A)=[-2，1)\cup(2，5)$，

$\therefore A\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$，故 D 正确.

故选：ACD.

11. 已知 $a>0$，$a>b$，且 $a+b=1$，则（　　）

A. ab 的最小值是 $\dfrac{1}{4}$

B. $2a^2+b^2\geq\dfrac{2}{3}$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 的最大值是 $\sqrt{2}$

D. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2a}{b}$ 的最小值是 $1+\sqrt{2}$

【答案】BC

【解析】

【分析】B 直接利用消参法可得；AC 运用基本不等式的可得结果，D 运用“1”的妙用可得.

【详解】对于 A，$\because a>0$，$a>b$，且 $a+b=1$，

$\therefore ab\leq(\dfrac{a+b}{2})^2=\dfrac{1}{4}$，即 $a=b=\dfrac{1}{2}$ 时，等号成立，即 ab 的最大值是 $\dfrac{1}{4}$，故 A 不正确；

对于 B，Q $a+b=1$，$\therefore b=1-a$，$2a^2+b^2=2a^2+(1-a)^2=3(a-\dfrac{1}{3})^2+\dfrac{2}{3}$，

所以 $2a^2+b^2\geq\dfrac{2}{3}$，可得 B 正确；

对于 C，$\because a>0$，$a>b$，且 $a+b=1$，$\therefore (\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2})^2\leq\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{1}{2}$，即 $a=b=\dfrac{1}{2}$ 时，等号成立，可得 C

正确；

对于 D，$\because \frac{1}{a}+\frac{2a}{b}=\frac{a+b}{a}+\frac{2a}{b}=1+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}\geq 1+2\sqrt{2}$，即 $a=\sqrt{2}-1,b=2-\sqrt{2}$ 时，等号成立，即 $\frac{1}{a}+\frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1+2\sqrt{2}$，可得 D 错误；

故选：BC.

12. 已知函数 $f(x)=x^2+mx-1$，则下列说法中正确的是（　　）

A. 若 x_1,x_2 为方程 $f(x)=-6$ 的两实数根，且 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=3$，则 $m=\pm 5$

B. 若方程 $f(x)=-2$ 的两实数根都在 $(0,2)$，则实数 m 的取值范围是 $(-\frac{5}{2},-2]$

C. 若 $\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)<2x^2$，则实数 m 的取值范围是 $(-2,2)$

D. 若 $\forall x\in[m,m+1]$，$f(x)<0$，则实数 m 的取值范围是 $(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于 A，由已知结合方程的根与系数关系可求；对于 B，结合二次方程的实根分布可求；对于 C，由已知不等式分离参数可得 $m<x+\frac{1}{x}$，然后结合基本不等式可求；对于 D，由已知结合二次函数的性质可求.

【详解】对于 A，因为 x_1,x_2 为方程 $f(x)=-6$ 的两实数根，即 x_1,x_2 是方程 $x^2+mx+5=0$ 的两实数根，所以满足 $\begin{cases}x_1+x_2=-m\\x_1\cdot x_2=5\end{cases}$，

因为 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{(-m)^2-2\times 5}{5}=3$，

则 $m=\pm 5$，此时 $\Delta=m^2-4\times 5>0$，故 A 正确；

对于 B，因为方程 $f(x)=-2$ 的两实数根都在 $(0,2)$，即方程 $x^2+mx+1=0$ 的两实数根都在 $(0,2)$，

所以需满足 $\begin{cases}0<-\frac{m}{2}<2\\m^2-4\geq 0\\0^2+m\cdot 0+1>0\\2^2+m\cdot 2+1>0\end{cases}$，可得 $-\frac{5}{2}<m\leq -2$，故 B 正确；

对于 C，因为$\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)<2x^2$，则$x^2-mx+1>0$，

即$m<x+\dfrac{1}{x}$，因为$x+\dfrac{1}{x}\geqslant 2$，则$m<2$，故 C 错误；

对于 D，因为$f(x)=x^2+mx-1$图像开口向上，

$\forall x\in[m,\ m+1]$，都有$f(x)<0$，

所以$\begin{cases}f(m)<0\\f(m+1)<0\end{cases}$，即$\begin{cases}2m^2-1<0\\(m+1)^2-m(m+1)-1<0\end{cases}$，

解得$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<m<0$，

故 D 正确.

故选：ABD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 函数$f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-2}$的定义域为____________.

【答案】$\left[-1,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

【解析】

【分析】根据偶次根式和分式有意义的要求可得不等式组，解不等式组可求得结果.

【详解】由题意得：$\begin{cases}x+1\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}$，解得：$x\geq -1$且$x\neq 2$，即$f\left(x\right)$的定义域为$\left[-1,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$.

故答案为：$\left[-1,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$.

14. 已知函数$f(x)=(\dfrac{1}{3})^{x-2}-3$，$x\in\mathbf{R}$，则$f(\log_3 4)=$__________.

【答案】$-\dfrac{3}{4}$##-0.75

【解析】

【分析】利用对数运算性质，直接计算.

【详解】$f(\log_3 4)=3^{2-\log_3 4}-3=\dfrac{3^2}{3^{\log_3 4}}-3=\dfrac{9}{4}-3=-\dfrac{3}{4}$，

故答案为：$-\dfrac{3}{4}$.

15. 已知非负实数x，y满足$3x+4y=1$，则$\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{2}{x+2y}$的最小值为__________.

【答案】8

【解析】

【分析】令 $3x+4y=a(x+y)+b(x+2y)$，解得 $3x+4y=2(x+y)+(x+2y)$，再结合乘“1”法和基本不等式即可求解结论.

【详解】解：令 $3x+4y=a(x+y)+b(x+2y)$，则 $\begin{cases}a+b=3\\a+2b=4\end{cases}$，得 $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$，

解得 $3x+4y=2(x+y)+(x+2y)$，

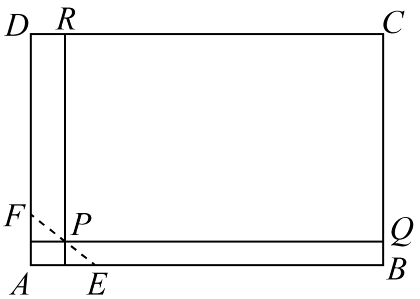
则 $[2(x+y)+(x+2y)]\cdot(\frac{1}{x+y}+\frac{2}{x+2y})=2+2+\frac{4x+4y}{x+2y}+\frac{x+2y}{x+y}\geq 8$，当且仅当 $4(x+y)^2=(x+2y)^2$，

且 x，y 为非负实数，即 $x=0$，$y=\frac{1}{4}$ 时，等号成立，

此时 $\frac{1}{x+y}+\frac{2}{x+2y}$ 的最小值为 8，

故答案为：8.

16. 如图，某房地产开发公司要在矩形 $ABCD$ 上规划出一块矩形地 $PQCR$ 建造住宅区，为了保护文物，住宅区不能超越文物保护区 $\triangle AEF$ 的界限 EF .由实地测量知，$AB=200\text{m}$，$AD=160\text{m}$，$AE=60\text{m}$，$AF=40\text{m}$，则当设计矩形住宅区的长 $PQ=$__________，才能使其面积最大，最大面积是__________.



【答案】 ①. 190m ②. $\frac{72200}{3}\text{m}^2$

【解析】

【分析】设 $MP=x(0\leq x\leq 60)$，则 $DR=x$，$RC=200-x$，根据三角形相似可得 $FM=\frac{2}{3}x$，表示出矩形住宅区的面积，利用二次函数求最值即可.

【详解】设 QP，RP 分别交 AD，AB 于 M，N 点，

设 $MP=x(0\leq x\leq 60)$，则 $DR=x$，$RC=200-x$，

$\because \triangle FMP \sim \triangle FAE$，$\therefore \dfrac{FM}{FA}=\dfrac{MP}{AE}$，得 $FM=\dfrac{2}{3}x$，

$\therefore MA=40-\dfrac{2}{3}x$，

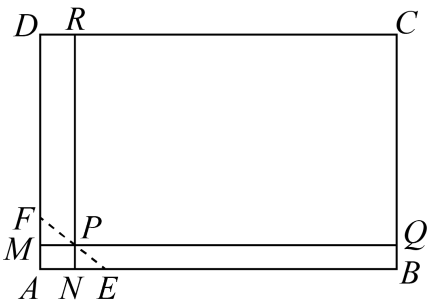
$S_{\text{矩形}PQCR}=\left(200-x\right)\left[160-\left(40-\dfrac{2}{3}x\right)\right]=-\dfrac{2}{3}x^{2}+\dfrac{40}{3}x+24000$

$=-\dfrac{2}{3}(x-10)^{2}+\dfrac{72200}{3}\left(0\le x\le 60\right)$，

当 $x=10$ 时，$S_{\text{矩形}PQCR}$ 取得最大值，最大值为 $\dfrac{72200}{3}\mathrm{m}^{2}$.

此时 $PQ=200-10=190\mathrm{m}$，

故答案为：$190\mathrm{m}$；$\dfrac{72200}{3}\mathrm{m}^{2}$.



四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （1）$(\lg 2)^{2}+\lg 5\cdot\lg 20$；

（2）$\log_{\sqrt{2}}4-\log_{2}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}8$；

（3）$8^{\frac{1}{3}}+(-\dfrac{8}{9})^{0}+(1.5)^{-4}\cdot\sqrt[3]{(3\dfrac{3}{8})^{2}}-[(-2)^{4}]^{\frac{1}{2}}$.

【答案】（1）1；（2）7；（3）$-\dfrac{5}{9}$.

【解析】

【分析】利用幂指对数的运算性质，先化简再求值即可.

【详解】（1）原式$=(\lg 2)^{2}+\lg 5\cdot\lg\left(4\times 5\right)=(\lg 2)^{2}+2\lg 5\cdot\lg 2+(\lg 5)^{2}=(\lg 2+\lg 5)^{2}=1$；

（2）原式$=\log_{\sqrt{2}}4-\log_{2}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}8=4\log_{2}2+3\log_{2}3\cdot\log_{3}2=4+3=7$；

（3）原式$=2+1+(\dfrac{3}{2})^{-4}\cdot(\dfrac{27}{8})^{\frac{2}{3}}-4=3+\dfrac{4}{9}-4=-\dfrac{5}{9}$.

18. 设函数 $f(x)=\sqrt{x^{2}-3x+2}$ 的定义域为集合 A，集合 $B=\{x\mid x^{2}+(2-2m)x+m(m-2)\bullet 0\}$.给出下列

条件①“$x \in B$”是“$x \in A$”的充分条件；② $A \cup B = \mathbf{R}$；③ $B \cap \complement_R A = B$.从中选一个作为已知填在横线上，并解答.

（1）若 $m = \dfrac{3}{2}$，求 $\left(\complement_{\mathbf{R}} A\right) \cap B$；

（2）设集合 A，B 满足条件____________，若这样的实数 m 存在，求 m 取值范围，若不存在说明理由.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【答案】（1）$(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \left\{x \mid 1 < x \leq \dfrac{3}{2}\right\}$

（2）答案见解析

【解析】

【分析】（1）根据已知条件，分别求出集合 A，B，再结合交集、并集的定义，即可求解.

（2）选①，结合充分条件的定义，即可求解；

选②，结合并集的定义，列出不等式组，即可求解；

选③，集合补集、交集的定义，即可求解.

【小问 1 详解】

$\because$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$，

$\therefore x^2 - 3x + 2 \geq 0$，解得 $x \geq 2$ 或 $x \leq 1$，

故 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid 1 < x < 2\}$，

若 $m = \dfrac{3}{2}$，则集合 $B = \left\{x \mid x^2 - x - \dfrac{3}{4} \leq 0\right\}$，

故 $B = \left\{x \mid -\dfrac{1}{2} \leq x \leq \dfrac{3}{2}\right\}$，

$\therefore (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \left\{x \mid 1 < x \leq \dfrac{3}{2}\right\}$.

【小问 2 详解】

$\because$ 集合 $B = \{x \mid x^2 + (2 - 2m)x + m(m - 2) \leq 0\}$，

$\therefore B = \{x \mid m - 2 \leq x \leq m\}$，

集合 $A = \{x \geq 2$ 或 $x \leq 1\}$，

选择①，$\because$“$x \in B$”是“$x \in A$”的充分条件，

$\therefore B$ 是 A 的真子集，则满足 $m-2 \geq 2$ 或 $m \leq 1$，解得 $m \geq 4$ 或 $m \leq 1$，

$\therefore$ 故 m 的取值范围为 $(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$；

选择②，$\because A\cup B=\mathbf{R}$，

$\therefore \begin{cases} m-2 \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$，解得 $2 \leq m \leq 3$，

故 m 的取值范围为 $[2,3]$；

选择③，$\because \complement_{\mathbf{R}} A=\{x \mid 1<x<2\}$，又 $\because B\cap \complement_{\mathbf{R}} A=B$，

$\therefore \begin{cases} m-2>1 \\ m<2 \end{cases}$，解集为 $\varnothing$.

19. 已知二次函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+1)+f(x-1)=2x^2-4x+2$，若函数 $g(x)=\begin{cases} f(x), x \leq 1 \\ \dfrac{7x-4}{x-1}, x>1 \end{cases}$

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若实数 a 满足 $g(a+3) \leq 8$，求 a 的取值范围.

【答案】（1）$f(x)=x^2-2x$

（2）$[1,+\infty)\cup[-5,-2]$

【解析】

【分析】（1）设 $f(x)=ax^2+bx+c$，根据 $f(x+1)+f(x-1)=2x^2-4x+2$，构造方程根据对应系数相等求解即可；

（2）根据 $g(a+3) \leq 8$，分 $a+3 \leq 1$ 和 $a+3>1$ 两种情况构造不等式求解即可.

【小问 1 详解】

$f(x)$ 为二次函数，设 $f(x)=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$，因为 $f(x+1)+f(x-1)=2x^2-4x+2$，

所以 $a(x+1)^2+b(x+1)+c+a(x-1)^2+b(x-1)+c=2x^2-4x+2$，

即 $2ax^2+2bx+2a+2c=2x^2-4x+2$，可得 $\begin{cases} 2a=2 \\ 2b=-4 \\ 2a+2c=2 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$，

所以 $f(x)=x^2-2x$.

【小问 2 详解】

$g(x)=\begin{cases} f(x), x \leq 1 \\ \dfrac{7x-4}{x-1}, x>1 \end{cases}$，由 $g(a+3)\leq 8$，

当 $a+3\leq 1$ 时，即 $a\leq -2$，满足 $(a+3)^2-2(a+3)\leq 8$，解得 $-5\leq a\leq 1$，故 $-5\leq a\leq -2$.

当 $a+3>1$ 时，即 $a>-2$，满足 $\dfrac{7(a+3)-4}{(a+3)-1}\leq 8$，可得 $a\geq 1$.

综上：a 的取值范围为 $[1,+\infty)\cup[-5,-2]$.

20. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域与函数 $y=f(f(x))$ 的定义域的交集为 D，若对于任意的 $x\in D$，都有 $f(f(x))=x$，则该函数 $f(x)$ 是集合 M 的元素.

（1）判断 $f(x)=2x-1$ 和 $g(x)=\dfrac{1}{x}$ 是不是集合 M 中的元素；

（2）设函数 $f(x)\in M$，且 $f(x)=2kx+3b$（k,b 为常数，且 $k\neq 0$），试求函数 $f(x)$ 的解析式；

（3）已知 $a\neq 0$，$f(x)=\dfrac{ax}{x+b}\in M$，试求实数 a,b 应满足的关系.

【答案】（1）$f(x)=2x-1$ 不是集合 M 中的元素，$g(x)=\dfrac{1}{x}$ 是集合 M 中的元素

（2）$f(x)=x$ 或 $f(x)=-x+b$

（3）$a+b=0$

【解析】

【分析】(1) 验证对任意 $x\in D$，$f(f(x))=x$ 是否成立，对 $f(x)=2x-1$ 和 $g(x)=\dfrac{1}{x}$ 进行判断即可；

(2) 依题意，可得 $\begin{cases} 4k^2=1 \\ 3b(2k+1)=0 \end{cases}$，解之可得函数 $f(x)$ 的解析式；

(3) 由 $f(x)=\dfrac{ax}{x+b}\in M \Rightarrow (a+b)x^2-(a^2-b^2)x=0$，整理可得答案.

【小问 1 详解】

因为对任意 $x\in \mathbf{R}$，$f(f(x))=2(2x-1)-1=4x-3\neq x$，

所以 $f(x)=2x-1$ 不是集合 M 中的元素；

对任意 $x\neq 0$，$g(g(x))=\dfrac{1}{\frac{1}{x}}=x$，

所以 $g(x)=\dfrac{1}{x}$ 是集合 M 中的元素.

【小问 2 详解】

$\because f(x)\in M$，

$\therefore f(f(x))=2k(2kx+3b)+3b=4k^2x+3b(2k+1)=x$，

$\therefore \begin{cases}4k^2=1\\3b(2k+1)=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{2}\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\b\in \mathrm{R}\end{cases}$，

则 $f(x)=x$ 或 $f(x)=-x+b$.

【小问 3 详解】

因为 $f(x)=\dfrac{ax}{x+b}\in M$，

所以 $f(f(x))=\dfrac{a\cdot\dfrac{ax}{x+b}}{\dfrac{ax}{x+b}+b}=x$，即 $(a+b)x^2-(a^2-b^2)x=0$ 恒成立，

故 $a+b=0$.

21. 对口帮扶是我国一项重要的扶贫开发政策，在对口扶贫工作中，某生态基地种植某中药材的年固定成本为 250 万元，每产出 x 吨需另外投入可变成本 $C(x)$ 万元，已知 $C(x)=\begin{cases}ax^2+49x,0<x\le 50\\51x+\dfrac{14400}{2x+1}-870,50<x\le 100\end{cases}$，通过市场分析，该中药材可以每顿 50 万元的价格全面售完，设基地种植该中药材年利润（利润＝销售额－成本）为 $L(x)$ 万元，当基底产出该中药材 40 吨时，年利润为 190 万元.($\sqrt{2}\approx 1.41$)

（1）年利润 $L(x)$（单位：万元）关于年产量 x（单位：吨）的函数关系式；

（2）当年产量为多少时（精确到 0.1 吨），所获年利润最大？最大年利润是多少（精确到 0.1 吨）？

【答案】（1）$L(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}x^2+x-250,0<x\le 50\\-x-\dfrac{14400}{2x+1}+620,50<x\le 100\end{cases}$

（2）当年产量为 84.1 吨时，最大年利润是 451.3 万元.

【解析】

【分析】（1）由基地产出该中药材 40 吨时，年利润为190 万元，列出方程，即可求解；

（2）当 $x\in(0，50]$ 时，求得 $y_{\max}$ 万元；当 $x\in(50，100]$ 时，结合基本不等式，即可求.

【小问 1 详解】

当基底产出该中药材 40 吨时，年成本为 $1600a+49\times40+250$ 万元，

利润为 $50\times40-(1600a+49\times40+250)=190$，解得 $a=-\dfrac{1}{4}$，

则 $L(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}x^2+x-250,0<x\leqslant50\\-x-\dfrac{14400}{2x+1}+620,50<x\leqslant100\end{cases}$.

【小问 2 详解】

当 $x\in(0，50]$，$L(x)=\dfrac{1}{4}x^2+x-250$，对称轴为 $x=-2<0$，

则函数在 $(0，50]$ 上单调递增，故当 $x=50$ 时，$y_{\max}=425$，

当 $x\in(50，100]$ 时，

$L(x)=-x-\dfrac{14400}{2x+1}+620=-\left(x+\dfrac{14400}{2x+1}\right)+620=620.5-\left(\dfrac{2x+1}{2}+\dfrac{14400}{2x+1}\right)\leqslant620.5-120\sqrt{2}\approx451.3$

当且仅当 $\dfrac{2x+1}{2}=\dfrac{14400}{2x+1}$，即 $x=60\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\approx84.1$ 时取等号，

因为 $425<451.3$，所以当年产量为 84.1 吨时，所获年利润最大，最大年利润是 451.3 万元.

22. 已知 $f(x)=2x^2+bx+c$，不等式 $f(x)<-12$ 的解集是 $(2,3)$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）不等式组 $\begin{cases}f(x)>0\\f(x+k)<0\end{cases}$ 的正整数解仅有 2 个，求实数 k 取值范围；

（3）若对于任意 $x\in[-1，1]$，不等式 $t\cdot f(x)\leqslant2$ 恒成立，求 t 的取值范围.

【答案】（1）$f(x)=2x^2-10x$

（2）$[-3,-2)$

（3）$[-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{6}]$

【解析】

【分析】（1）结合根与系数关系求得 b，c；

（2）根据不等式组 $\begin{cases}f(x)>0\\f(x+k)<0\end{cases}$ 的正整数解仅有 2 个，可得到 $7<5-k\leqslant8$，即可求解；

（3）对 t 进行分类讨论，结合函数的单调性求得 t 的取值范围.

【小问 1 详解】

因为 $f(x)=2x^2+bx+c$，不等式 $f(x)<-12$ 的解集是 $(2,3)$，

所以 2，3 是一元二次方程 $2x^2+bx+c+12=0$ 的两个实数根，

可得 $\begin{cases}2+3=-\dfrac{b}{2}\\ 2\times 3=\dfrac{c+12}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-10\\ c=0\end{cases}$，所以 $f(x)=2x^2-10x$；

【小问 2 详解】

不等式 $\begin{cases}f(x)>0\\ f(x+k)<0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x^2-10x>0\\ 2(x+k)^2-10(x+k)<0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}x>5,x<0\\ -k<x<5-k\end{cases}$，因为正整数解仅有 2 个，可得该正整数解为 6、7，

可得到 $7<5-k\bullet 8$，解得 $-3\bullet k<-2$，则实数 k 取值范围是 $[-3，-2)$；

【小问 3 详解】

因为对于任意 $x\in[-1，1]$，不等式 $t\cdot f(x)\bullet 2$ 恒成立，所以 $tx^2-5tx-1\le 0$，

当 $t=0$ 时，$-1<0$ 恒成立；

当 $t>0$ 时，函数 $y=tx^2-5tx-1$ 在 $x\in[-1,1]$ 上单调递减，所以只需满足 $f\left(-1\right)=t\cdot\left(-1\right)^2-5t\cdot\left(-1\right)-1\le 0$，

解得 $0<t\bullet\dfrac{1}{6}$；

当 $t<0$ 时，函数 $y=tx^2-5tx-1$ 在 $x\in[-1，1]$ 上单调递增，所以只需满足 f（1）$=t\cdot 1^2-5t\cdot 1-1\le 0$，解得 $-\dfrac{1}{4}\bullet t<0$，

综上，t 的取值范围是 $[-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{6}]$.