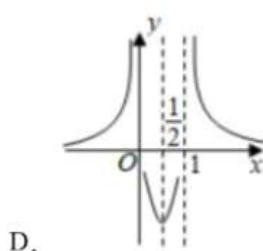
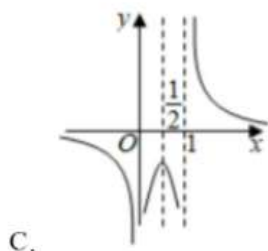
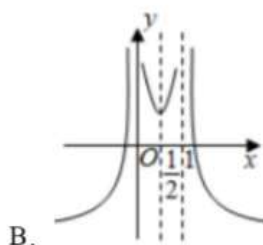
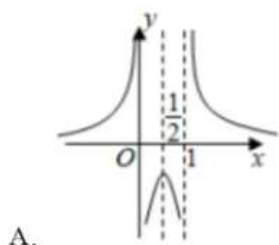


## 2022-2023 学年江苏省南京市六校联合体高一（上）期中数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{N} | 0 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{0, 1, 2\}$       B.  $\{1, 2, 3\}$       C.  $\{0, 1, 2, 3\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 已知命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x < 0$ , 则  $\neg p$  是 ( )  
 A.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x > 0$       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x \geq 0$   
 C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x > 0$       D.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x \geq 0$
3. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x-1}$  的定义域为 ( )  
 A.  $(-\infty, 4]$       B.  $(-\infty, 1) \cup (1, 4]$   
 C.  $(-\infty, 1) \cup (1, 4)$       D.  $(0, 4)$
4. 设  $\lg 3 = a$ ,  $\lg 5 = b$ , 则  $\lg \frac{27}{4} =$  ( )  
 A.  $\frac{3a}{2b}$       B.  $\frac{3a}{2-2b}$       C.  $3a - 2b$       D.  $3a + 2b - 2$
5. 已知  $a, b, c, d$  均为实数, 且  $a > b > 0 > c > d$ , 则下列结论正确的是 ( )  
 A.  $c^2 > cd$       B.  $a - c > b - d$       C.  $ac > bd$       D.  $bc > ad$
6. 函数  $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 4x}$  的大致图象为 ( )



7. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集是  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ , 则不等式  $\frac{ax+b}{bx+c} > 0$  的解集是 ( )  
 A.  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$       B.  $(-2, 1)$

C.  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

D.  $(-1, 2)$

8. 已知  $f(x)$  是奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 又  $f(2) = 0$ , 则  $\frac{f(x-1)}{x} < 0$  的解集为 ( )

A.  $(-1, 0) \cup (1, 3)$

B.  $(-\infty, -1) \cup (1, 3)$

C.  $(-1, 0) \cup (3, +\infty)$

D.  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列各组函数中是同一个函数的是 ( )

A.  $f(x) = x^2 + 2x$  与  $g(t) = t^2 + 2t$

B.  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$  与  $g(x) = x$

C.  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  与  $g(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

D.  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$  与  $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

10. 下列命题中正确的是 ( )

A. 若  $x < 0$ , 则  $x + \frac{1}{x} \leq -2$

B. 若  $x \in \mathbf{R}$  且  $x \neq 0$ , 则  $|x + \frac{1}{x}| \geq 2$

C.  $\frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}} \geq 2$

D.  $x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} \geq 1$

11. 已知命题  $p$ : 函数  $f(x) = ax^2 + ax - 1$  有零点, 命题  $q$ :  $\forall x \in (-\infty, -2], x^2 + 2x - a + 2 > 0$ . 若  $p, q$  全为真命题, 则实数  $a$  的取值可以是 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B. 0

C.  $\frac{3}{2}$

D. -4

12. 已知函数  $f(x)$  是偶函数, 且当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2, & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{x-4}{x}, & x > 4 \end{cases}$ , 关于  $x$  的方程  $f(x) - m = 0$

的根, 下列说法正确的有 ( )

A. 当  $m = 0$  时, 方程有 4 个不等实根

B. 当  $0 < m < 1$  时, 方程有 6 个不等实根

C. 当  $m = 1$  时, 方程有 4 个不等实根

D. 当  $m > 1$  时, 方程有 6 个不等实根

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数  $f(2x+1) = x$ , 则  $f(1) =$  \_\_\_\_\_.

14. 若 " $0 \leq x < 1$ " 是 " $x \geq m$ " 的充分不必要条件, 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $x > 0, y > 0$ , 且  $\lg 2^x + \lg 2^y = \lg 2$ , 则  $\frac{y}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

16. 函数  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - 1, & x > 2 \\ -x + 1, & x \leq 2 \end{cases}$ .

(1) 若  $f(a) = 0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若  $f(x)$  是  $R$  上的减函数, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知全集  $U = R$ , 集合  $A = \{x | x^2 - x - 12 \leq 0\}$ , 集合  $B = \{x | m - 1 \leq x \leq m + 1\}$ .

(1) 当  $m = 4$  时, 求  $A \cup (C \cup B)$ ;

(2) 若  $B \subseteq (C \cup A)$ , 求实数  $m$  的取值范围.

18. (12 分) 化简求值:

(1)  $(\frac{64}{27})^{\frac{2}{3}} + (3^{\frac{1}{2}} + 2)(3^{\frac{1}{2}} - 2) - \sqrt[5]{-32}$ ;

(2)  $\log_2 \sqrt[3]{2} + (1 + \lg 2) \lg 5 + (\lg 2)^2 - 4^{\log_4 3}$ .

19. (12 分) 已知二次函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) - f(x-1) = 4x+2$ , 且  $f(0) = 0$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 解关于  $x$  的不等式  $f(x) > (m+2)x - m$ .

20. (12 分) 已知函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数, 且当  $x < 0$  时,  $f(x) = x^2 + 4x$ .

(1) 求  $f(f(5))$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  ( $x \in R$ ) 的解析式;

(3) 判断函数  $g(x) = \frac{x}{f(x)+9}$  在区间  $(-\infty, -3)$  上的单调性, 并证明.

21. (12 分) 2022 年 8 月 17 日, 为进一步捍卫国家主权和领土完整, 中国人民解放军东部战区继续开展围绕某岛的军事演习, 海陆空三军联手展开全域作战演练, 各类现役主力装备悉数登场, 其中解放军长航时无人机远海作战能力再一次强力震慑住了敌对势力. 例如两型侦察干扰无人机可以在遥控设备或自备程序控制操纵的情况下执行任务, 进行对敌方通讯设施的电磁压制和干扰, 甚至压制敌方的防空系统. 为了检验实战效果, 某作战部门对某处战场实施“电磁干扰”实验, 据测定, 该处的“干扰指数”与无人机干扰源的强度和距离的比值成正比, 比例系数为常数  $k$  ( $k > 0$ ). 现已知相距  $36km$  的  $A$ 、 $B$  两处配置两架无人机干扰源, 其对敌干扰的强度分别为 1 和  $a$  ( $a > 0$ ), 线段  $AB$  上任意一点  $C$  处的干扰指数  $y$  等于两机对该处的干扰指数之和, 设  $AC = x$  ( $km$ ).

(1) 试将  $y$  表示为  $x$  的函数, 并求出定义域;

(2) 当  $a = 4$ ,  $k = 1$  时, 试确定“干扰指数”最小时  $C$  所处的位置.



22. (12 分) 已知二次函数  $f(x) = x^2 - (a+1)x + a$ ,  $a \in R$ .

(1) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \geq -1$  对  $\forall x \in (1, 3]$  恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(2) 已知函数  $g(x) = x - 1$ , 若对  $\forall x_1 \in [0, 1], \exists x_2 \in [-1, 2]$ , 使不等式  $g(x_1) \geq f(x_2)$  成立, 求  $a$  的取值范围.