2022-2023 学年湖北省部分省级示范高中高一年级第一学期期中质量检测数学试题

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1.命题“$\forall x\in R, x^2-2x+1\geq 0$”的否定是（　　）

A. $\exists x\in R, x^2-2x+1\leq 0$　　B. $\exists x\in R, x^2-2x+1\geq 0$

C. $\exists x\in R, x^2-2x+1<0$　　D. $\forall x\in R, x^2-2x+1<0$

2.幂函数 $f(x)=\left(m^2-6m+9\right)x^{m^2-3m+1}$ 在 $\left(0,+?\right)$ 上单调递增，则 m 的值为（　　）

A.2　　B.3　　C.4　　D.2 或 4

3.已知全集为 R，集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x-2}{x+1}\geq 0\right.\right\}$，则 $A\cap B$ 元素个数为

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

4.函数 $f(x)=\dfrac{4}{x-3}+x(x<3)$ 的最大值是（　　）

A. -4　　B.1　　C.5　　D. -1

5.不等式 $2x^2-5x-3<0$ 的一个必要不充分条件是（　　）

A. $-3<x<\dfrac{1}{2}$　　B. $-1<x<6$　　C. $-\dfrac{1}{2}<x<0$　　D. $\dfrac{1}{2}<x<3$

6.函数 $f(x)=ax^2+2x-1,$ 在 $[1,2]$ 上是增函数，则 a 的取值范围是.

A. $[-\dfrac{1}{2},0]$　　B. $[-\dfrac{1}{2},\infty)$　　C. $[-\dfrac{1}{2},0)\cup(0,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

7.若不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|-1<x<2\}$，那么不等式 $a\left(x^2+1\right)+b\left(x-1\right)+c>2ax$ 的解集为（　　）

A. $\{x|-2<x<1\}$　　B. $\{x|x<-2$ 或 $x>1\}$

C. $\{x|x<0$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x|0<x<3\}$

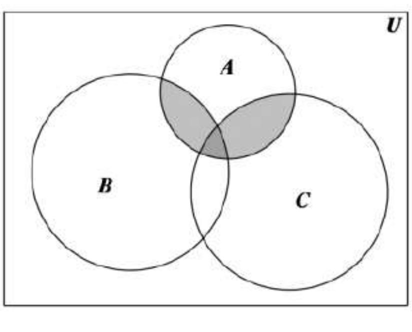
8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+ax, x\leqslant 2\\ 2ax-5, x>2\end{cases}$，若存在 x_1，$x_2\in R$，且 $x_1\neq x_2$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$，则实数 a 的取值范围为(　　)

A. $(-\infty,4)$　　B. $\left(-\infty,\dfrac{1}{4}\right)$　　C. $(-\infty,3)$　　D. $(-\infty,8)$

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9.图中阴影部分用集合符号可以表示为（　　）

A. $A\cap(B\cup C)$　　B. $A\cup(B\cap C)$　　C. $A\cap \complement_U(B\cap C)$　　D. $(A\cap B)\cup(A\cap C)$



10.有以下判断，其中是正确判断的有（　　）

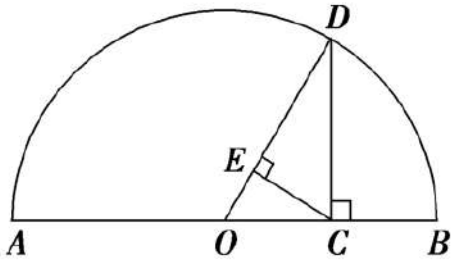
A. $f(x)=\frac{|x|}{x}$ 与 $g(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0\\ -1, & x<0\end{cases}$ 表示同一函数;

B.函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $x=1$ 的交点最多有 1 个

C.函数 $f(x)=x^2+2+\frac{1}{x^2+2}$ 的最小值为 2

D. 若 $f(x)=|x-1|-|x|$，则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=1$

11.《几何原本》中的几何代数法（用几何方法研究代数问题）成了后世西方数学家处理问题的重要依据根据这一方法，很多代数公理、定理都能够通过图形实现证明，并称之为“无字证明”如图所示，AB 是半圆 O 的直径，点 C 是 AB 上一点（不同于 A，B，O），点 D 在半圆 O 上，且 $CD\perp AB$，$CE\perp OD$ 于点 E. 设 $|AC|=a$，$|BC|=b$，则该图形可以完成的“无字证明”为（　　）



A. $\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}(a>0,b>0,a\neq b)$

B. $\frac{a+b}{2}<\frac{2ab}{a+b}(a>0,b>0,a\neq b)$

C. $\frac{2ab}{a+b}<\sqrt{ab}(a>0,b>0,a\neq b)$

D. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}>\frac{a+b}{2}(a>0,b>0,a\neq b)$

12.函数 $y=f(x)$ 图像关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数 $y=f(x)$ 为奇函数，有同学据此推出以下结论，其中正确的是（　　）

A.函数 $y=f(x)$ 的图像关于点 $P(a,b)$ 成中心对称的图形的充要条件是 $y=f(x+a)-b$ 为奇函数

B.函数 $f(x)=x^3-3x^2$ 的图像的对称中心为 $(1,-2)$

C.函数 $y=f(x)$ 的图像关于 $x=a$ 成轴对称的充要条件是函数 $y=f(x-a)$ 是偶函数

D.函数 $g(x)=|x^3-3x^2+2|$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.已知函数 $f(x)=ax^5-bx^3+cx-3$，$f(-3)=7$，则 $f(3)$ 的值为______.

14.已知集合 $A=\{x|x<-1$ 或 $x\geq 1\}$，$B=\{x|2a<x\leq a+1$，$a<1\}$，$B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围为________.

15.若对任意 $x\geq 0$，$k\sqrt{1+x}\geqslant 1+\sqrt{x}$ 恒成立，则实数 k 的取值范围是______.

16.设 $f(x)=\begin{cases}(x-a)^2, & x\leq 0\\ x+\frac{1}{x}, & x>0\end{cases}$.

（1）当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的最小值是_____;

（2）若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则 a 的取值范围是_____.

四、解答题（本大题共 6 题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.已知集合 $A=\{x\mid 0<2x+a\leq 3\}, B=\left\{y\mid -\frac{1}{2}<y<2\right\}$

（1）当 $a=1$ 时，求 $\left(\complement_U B\right)\cup A$；

（2）若 $A\subseteq B$，求 a 的取值范围

18.已知点 $\left(\sqrt{2},2\right)$ 在幂函数 $f(x)$ 的图像上.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若函数 $g(x)=f(x)+ax+3$，$x\in\left[1,+\infty\right)$ 是否存在实数 a，使得 $g(x)$ 最小值为 5？若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由

19.为响应国家提出的“大众创业，万众创新”的号召，小李同学大学毕业后，决定利用所学专业进行自主创业．经过调查，生产某小型电子产品需投入年固定成本 5 万元，每年生产 x 万件，需另投入流动成本 $C(x)$万元，且 $C(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+4x, & 0<x<8\\ 11x+\frac{49}{x}-35, & x\geq 8\end{cases}$ 每件产品售价为 10 元，经分析，生产的产品当年能全部售完．

（1）写出年利润 $P(x)$(万元)关于年产量 x(万件)的函数解析式(年利润＝年销售收入－固定成本－流动成本).

（2）年产量为多少万件时，小李在这一产品的生产中所获利润最大？最大利润是多少？

20.已知 a，b 均为正数，且满足 $a+b+8=ab$．

（1）求 ab 的最小值及取到最小值时 a 与 b 的值；

（2）求 $\dfrac{(ab-8)(a+4b)}{ab}$ 的最小值及取到最小值时 a 与 b 的值．

21.设函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$.

（1）当 $f(1)=3$，且 $a>0$ 时，解关于 x 的不等式 $f(x)>0$；

（2）当 $f(1)=2$，若“$-1<x<1$”是“$f(x)>2$”成立的充分条件，求实数 a 的取值范围.

22.已知函数 $f(x)=|x-a|-\dfrac{9}{x}+a$，$a\in R$.

（1）若 $a=0$，试判断 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $[1，a]$ 上单调，且对任意 $x\in[1，a]$，$f(x)<-2$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（3）若 $x\in[1，6]$，当 $a\in(3，6)$ 时，求函数 $f(x)$ 的最大值的表达式 $M(a)$.

答案

一、单选题

1-8 CCBDB BDA

二、多选题

9. AD　　10. BD　　11. ACD　　12.ABD

三、填空题

13. -13　　14. $a<-2$ 或 $\frac{1}{2}\le a<1$　　15. $[\sqrt{2},+\infty)$　　16. ①. $\frac{1}{4}$　　②. $[0,\sqrt{2}]$

四、解答题

17. 【小问1详解】

当 $a=1$ 时，$A=\{x\mid 0<2x+1\le 3\}$，化简得 $A=\{x|-\frac{1}{2}<x\le 1\}$，

集合 $B=\left\{y|-\frac{1}{2}<y<2\right\}$，所以 $\complement_U B=\{y\mid y\le -\frac{1}{2}$ 或 $y\ge 2\}$，

所以 $\left(\complement_U B\right)\cup A=\{x\mid x\le 1$ 或 $x\ge 2\}$；

【小问2详解】

因为 $A=\{x\mid 0<2x+a\le 3\}$，化简得 $A=\{x|-\frac{a}{2}<x\le\frac{3-a}{2}\}$，

由（1）得 $B=\{y\mid -\frac{1}{2}<y<2\}$，因为 $A\subseteq B$，显然集合A不可能为空集，

所以 $\begin{cases}-\frac{a}{2}\ge-\frac{1}{2}\\ \frac{3-a}{2}<2\end{cases}$，解得 $-1<a\le 1$.

18. 【小问1详解】

设幂函数 $y=f(x)=x^{\alpha}$，

由点 $(\sqrt{2},2)$ 在幂函数 $f(x)$ 的图象上，

所以 $(\sqrt{2})^{\alpha}=2$，

解得 $\alpha=2$，

所以 $f(x)=x^2$.

【小问2详解】

函数 $g(x)=f(x)+ax+3=x^2+ax+3$，$x\in[1,+\infty)$，且二次函数 $g(x)$ 的图象是抛物线，

对称轴是 $x=-\frac{a}{2}$.

①当 $-\frac{a}{2}\leqslant 1$，即 $a\geqslant -2$ 时，$g(x)$ 在 $x\in[1,4]$ 上是单调增函数，最小值为 $g(1)=1+a+3=5$，

解得 $a=1$，满足题意；

②当 $-\frac{a}{2}>1$，即 $a<-2$ 时，$g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上先减后增，最小值为 $g(-\frac{a}{2})=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{2}+3=5$，

$a^2=-8$ 方程无解；

综上知，存在实数 $a=1$，使得 $g(x)$ 有最小值为5.

19. 【详解】（1）因为每件产品售价为 10 元，所以 x 万件产品销售收入为 $10x$ 万元.

依题意得，当 $0<x<8$ 时，$P(x)=10x-\left(\frac{1}{2}x^2+4x\right)-5=-\frac{1}{2}x^2+6x-5$；

当 $x\geq 8$ 时，$P(x)=10x-\left(11x+\frac{49}{x}-35\right)-5=30-\left(x+\frac{49}{x}\right)$.

所以 $P(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x^2+6x-5, 0<x<8\\ 30-\left(x+\frac{49}{x}\right), x\geq 8\end{cases}$；

（2）当 $0<x<8$ 时，$P(x)=-\frac{1}{2}(x-6)^2+13$，

当 $x=6$ 时，$P(x)$取得最大值 $P(6)=13$；

当 $x\geq 8$ 时，由双勾函数的单调性可知，函数 $P(x)$ 在区间 $[8,+\infty)$ 上为减函数.

当 $x=8$ 时，$P(x)$取得最大值 $P(8)=\frac{127}{8}$.

由 $13<\frac{127}{8}$，则可知当年产量为 8 万件时，小李在这一产品的生产中所获利润最大，最大利润为 $\frac{127}{8}$ 万元.

20. 【小问 1 详解】

$\because a>0$，$b>0$，

$\therefore a+b\geq 2\sqrt{ab}$，

由已知得 $a+b=ab-8$，

$\therefore ab-8\geq 2\sqrt{ab}$，

$\left(\sqrt{ab}\right)^2-2\sqrt{ab}-8\geq 0$，

$\left(\sqrt{ab}+2\right)\left(\sqrt{ab}-4\right)\geq 0$，

$\because \sqrt{ab}+2>0$，

$\therefore \sqrt{ab}-4\geq 0$，

解得：$ab\geq 16$，

当且仅当 $\begin{cases}a=b\\ a+b=ab-8\end{cases}$ 即 $a=b=4$ 时等号成立，

所以当 $a=b=4$ 时，ab 取最小值，最小值为16.

【小问 2 详解】

由已知得

$\frac{(ab-8)(a+4b)}{ab}=\frac{(a+b)(a+4b)}{ab}=\frac{a^2+4b^2+5ab}{ab}=\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}+5$，

$\because a>0$，$b>0$，$\therefore \frac{a}{b}+\frac{4b}{a}\geq 4$，

$\therefore \frac{a}{b}+\frac{4b}{a}+5\geq 9$，

当且仅当$\begin{cases}\dfrac{a}{b}=\dfrac{4b}{a}\\ a+b=ab-8\end{cases}$ 即$\begin{cases}a=\dfrac{3+\sqrt{73}}{2}\\ b=\dfrac{3+\sqrt{73}}{4}\end{cases}$时等号成立，

所以当$a=\dfrac{3+\sqrt{73}}{2}$，$b=\dfrac{3+\sqrt{73}}{4}$时，$\dfrac{(ab-8)(a+4b)}{ab}$取最小值，最小值为9.

21. 【小问1详解】

解：由函数$f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，$f(1)=3$，

则$f(1)=a+b-2+3=3$，得$a+b=2$，$f(x)=ax^2-ax+3>0$.

①当$\Delta=a^2-12a=0$即$a=12$，$12x^2-12x+3>0$，

$\therefore 3(2x-1)^2>0$，

$\therefore x\in\{x\mid x\neq\dfrac{1}{2}\}$；

②当$\Delta=a^2-12a<0$，即$0<a<12$，

$\therefore x\in R$；

③当$\Delta=a^2-12a>0$即$a>12$时，

$ax^2-ax+3=a(x-\dfrac{a+\sqrt{a^2-12a}}{2a})(x-\dfrac{a-\sqrt{a^2-12a}}{2a})>0$，

$\therefore x\in\{x\mid x>\dfrac{a+\sqrt{a^2-12a}}{2a}$或$x<\dfrac{a-\sqrt{a^2-12a}}{2a}\}$.

综上：①当$0<a<12$时，不等式的解集为：R

②当$a=12$时，不等式的解集为：$\left\{x\mid x\neq\dfrac{1}{2}\right\}$；

③当$a>12$时，不等式的解集为：$\left\{x\middle|x\rangle\dfrac{a+\sqrt{a^2-12a}}{2a}\text{或}x<\dfrac{a-\sqrt{a^2-12a}}{2a}\right\}$；

【小问2详解】

由函数$f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，$f(1)=2$，

则$f(1)=a+b-2+3=2$，得$a+b=1$，

因为$-1<x<1$是$f(x)>2$成立的充分条件，

所以不等式$f(x)>2$在$(-1,1)$上恒成立，

则$a(x^2-x)>x-1$在$(-1,1)$上恒成立，

$\therefore ax<1$在$(-1,1)$上恒成立，$a\in R$，

①当$x=0$时，$ax<1$恒成立，

②当$0<x<1$时，$a<\dfrac{1}{x}$在$(0,1)$上恒成立，$\therefore a\leqslant(\dfrac{1}{x})_{\min}$，$\therefore a\leqslant 1$；

③当$-1<x<0$时，$a>\dfrac{1}{x}$在$(-1,0)$上恒成立，

$\therefore a\geqslant(\dfrac{1}{x})_{\max}$，$\therefore a\geqslant -1$；

综上，实数a的取值范围$[-1,1]$.

22. 【详解】（1）当 a=0 时，$f(x)=|x|-\frac{9}{x}(x\neq 0)$，

$f(-x)=|x|+\frac{9}{x}\neq f(x), f(-x)\neq -f(x)$，所以 $f(x)$ 为非奇非偶函数.

（2）当 $x\in[1,a]$ 时，$f(x)=-x-\frac{9}{x}+2a$

因为函数 $f(x)$ 在 $[1,a]$ 上单调，所以 $1<a ? 3$，

此时 $f(x)$ 在 $[1,a]$ 上单调递增，$f(x)_{\max}=f(a)=-\frac{9}{a}+a$

由题意：$f(x)_{\max}=-\frac{9}{a}+a<-2$ 恒成立，即 $a^2+2a-9<0$.

所以 $-\sqrt{10}-1<a<\sqrt{10}-1$.

（也可以用参数分离：$f(x)=-x-\frac{9}{x}+2a<-2$，即 $a<\frac{1}{2}\left(x+\frac{9}{x}\right)-1$，右边最小值为

$\frac{1}{2}\left(a+\frac{9}{a}\right)-1$，

所以 $a<\frac{1}{2}\left(a+\frac{9}{a}\right)-1$，解得：$-\sqrt{10}-1<a<\sqrt{10}-1$ 又 $1<a ? 3$，

所以 a 的取值范围为 $1<a<\sqrt{10}-1$

(3）当 $x\in[1,6]$ 时，$f(x)=\begin{cases}-x-\frac{9}{x}+2a, x\in[1,a]\\ x-\frac{9}{x}, a\in(a,6]\end{cases}$

又 $a\in(3,6)$，由上式知，$f(x)$ 在区间 $(a,6]$ 单调递增，

当 $a\in(3,6)$ 时，$f(x)$ 在[1，3)上单调递增，在[3，a]上单调递减.

所以，$f(x)$ 在[1，3)上单调递增，在[3，a]上单调递减，(a，6]上单调递增.

则 $f(x)_{\max}=\max\left(f(3),f(6)\right)=\max\left(2a-6,\frac{9}{2}\right)=\begin{cases}\frac{9}{2}, a\in\left(3,\frac{21}{4}\right)\\ 2a-6, a\in\left[\frac{21}{4},6\right)\end{cases}$

综上所述，函数 $f(x)$ 的最大值的表达式为：$M(a)=\begin{cases}\frac{9}{2}, a\in\left(3,\frac{21}{4}\right)\\ 2a-6, a\in\left[\frac{21}{4},6\right)\end{cases}$