宜城一中　枣阳一中　曾都一中　襄州一中　南漳一中
河口一中
2022-2023 学年上学期高一期中考试
数学试题

考试时间：2022.11.3　8：00-10：00　时限：120 分钟　分值：150 分

一、单选题：本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{x\in\mathrm{N}|x<3\}$，集合 $B=\{1,2,3,4\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $(-\infty,3]\cup\{4\}$　　D. $\{0,1,2,3,4\}$

2.命题：p：$\forall x\in\mathrm{R},x+|x|\ge 0$ 的否定为（　　）

A. $\exists x\in\mathrm{R},x+|x|\ge 0$　B. $\exists x\in R,x+|x|\le 0$　C. $\exists x\in\mathrm{R},x+|x|<0$　D. $\forall x\in\mathrm{R},x+|x|<0$

3.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，则函数 $f(x+1)$ 的定义域为（　　）

A $[0,1]$　　B. $[-1,0]$　　C. $\{0\}$　　D. $[1,2]$

4.下列说法正确的是（　　）

A.若 $a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B.若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$

C.若 $a,b,m\in(0,+\infty)$，则 $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$　　D. 若 $a>b$，$x>y$，则 $ax>by$

5.设 a，$b\in\mathbf{R}$，则“$a+b<4$”是“$a<2$ 且 $b<2$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

6.已知 $a>0$，$b>0$，$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1$ 且 $a+b\ge m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A $(-\infty,3+2\sqrt{2}]$　　B. $(-\infty,6]$　　C. $(-\infty,7]$　　D. $(-\infty,3+\sqrt{2}]$

7.一元二次不等式 $ax^2-bx+c>0$ 的解集为 $\{x|2<x<3\}$，则不等式 $cx^2-bx+a<0$ 的解集为（　　）

A. $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$

8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+(2a-1)x+1, & x\le 1\\ ax-3 & ,x>1\end{cases}$ 在 R 上单调递减，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$　　B. $(-\infty,0)$　　C. $\left[-4,-\frac{1}{2}\right]$　　D. $[-4,0)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.已知 R 表示实数集，集合 $A=\{x\,|\,x^2-2x\le 0\}$, $B=\{y\,|\,y=x^2\}$, 则（　　）

A. $A\cap B=[0,2]$　　B. $\complement_{\mathbf{R}}A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$　　C. $A\cup B=B$　　D. $\complement_{\mathbf{R}}B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A$

10.已知 $a>0$，$b>0$ 且 $ab=a+b+3$，则 ab 可以取的值为（　　）

A.4　　B.8　　C.9　　D.12

11.已知函数 $f\left(x\right)=x^2-4x+a$ 有两个零点 x_1， x_2，则（　　）

A. $a<4$　　　　B. $x_1<0$ 且 $x_2<0$

C.若 $x_1x_2\neq 0$，则 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{4}{a}$　　　　D.函数 $y=f\left(\left|x\right|\right)$ 有四个零点或两个零点

12.符号 $\left[x\right]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $\left[-0.1\right]=-1$，$\left[1.9\right]=1$，定义函数 $f\left(x\right)=x-\left[x\right]$，$x\in\mathbf{R}$，则下列说法正确的是（　　）

A. $f\left(-0.5\right)=0.5$　　　　B. $f\left(x\right)$ 是奇函数

C. $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[0,1\right)$　　　　D.函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-2,-1\right)$ 上单调递增

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知幂函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(4\right)=2$，则 $f\left(16\right)=$________.

14.已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+1$，则 $f(x)=$____________

15.不等式 $2kx^2+kx-\dfrac{3}{4}<0$，$\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则实数 k 的取值范围是________.

16.已知方程 $x^2-2\left|x\right|-3=a$ 有 4 个不相等实数根 x_1,x_2,x_3,x_4，且 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $x_1+2x_2+2x_3+x_4=$________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.已知集合 $A=\left\{x\left|x^2-3x-4=0\right.\right\}$，集合 $B=\left\{x\left|x^2+ax+1=0\right.\right\}$

（1）若 $A\cap B=\left\{4\right\}$，求 $A\cup B$；

（2）若 $A\bigcap B=B$，求实数 a 的取值范围.

18.已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x^2-ax+1<0$；命题 q：函数 $f\left(x\right)=x^2-2ax+4$ 在区间 $\left[1,2\right]$ 上具有单调性.

（1）若命题 p 和 q 都是真命题，求实数 a 的取值范围；

（2）若命题 p 和 q 中有且仅有一个是真命题，求实数 a 的取值范围.

19.已知函数 $f\left(x\right)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x\geq 0$ 时，$f\left(x\right)=x+1$.

（1）求当 $x<0$ 时，$f\left(x\right)$ 的解析式；

（2）$\forall x\in\mathbf{R}$，$f\left(x\right)\geq a^2-2a-2$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20.我国承诺2030年前达“碳达峰”，2060年实现“碳中和”，“碳达峰”就是我们国家承诺在2030年前，二氧化碳的排放不再增长，达到峰值之后再慢慢减下去；而到2060年，针对排放的二氧化碳，要采取植树，节能减排等各种方式全部抵消掉，这就是“碳中和”，嘉兴某企业响应号召，生产上开展节能减排.该企业是用电大户，去年的用电量达到20万度，经预测，在去年基础上，今年该企业若减少用电 x 万度，今年的受损效益 $S(x)$（万元）满足

$$S(x)=\begin{cases}50x^2, & 0\le x\le 4\\ 100x-\dfrac{400}{x}+500, & 4<x\le 20\end{cases}$$

.为解决用电问题，今年该企业决定进行技术升级，实现效益增值，今年的增效效益 $Z(x)$（万元）满足

$$Z(x)=\begin{cases}\dfrac{S(x)}{x}, & 0\le x\le 4\\ \dfrac{S(x)-800}{x}+520, & 4<x\le 20\end{cases},$$

政府为鼓励企业节能，补贴节能费 $n(x)=100x$ 万元.

（1）减少用电量多少万度时，今年该企业增效效益达到544万元？

（2）减少用电量多少万度时，今年该企业总效益最大？

21.已知函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}+k$，$x\in[-1,1]$ 是奇函数.

（1）求 k 的值；

（2）求 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最值；

（3）解不等式 $f(2a^2-1)+f(1-a)\ge 0$.

22.已知函数满足 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

（1）根据函数单调性的定义，证明 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增；

（2）令 $g(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}-2kf(x)\left(k>\dfrac{5}{2}\right)$，若对 $\forall x_1$，$x_2\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$，都有 $\left|g(x_1)-g(x_2)\right|\le\dfrac{19}{4}$ 成立，求实数 k 的取值范围.

答案

一、单选题

1-8 DCBBB AAC

二、选择题

9. ACD　　10. CD　　11. AC　　12. ACD

三、填空题

13. 4　　14. $x^2-2x+2(x\geq 1)$　　15. $(-6,0]$　　16. 0

四、解答题

17. 【小问 1 详解】因为 $A=\{x|x^2-3x-4=0\}=\{-1,4\}$，且 $A\cap B=\{4\}$

所以 $4\in B$，即 $x=4$ 是方程 $x^2+ax+1=0$ 的根

所以 $16+4a+1=0$，得 $a=-\dfrac{17}{4}$

则 $B=\left\{x\left|x^2-\dfrac{17}{4}x+1=0\right.\right\}=\left\{\dfrac{1}{4},4\right\}$

所以 $A\cup B=\left\{-1,\dfrac{1}{4},4\right\}$.

【小问 2 详解】因为 $A\cap B=B$，所以 $B\subseteq A$

对于方程 $x^2+ax+1=0$，$\Delta=a^2-4$

①当 $\Delta=a^2-4<0$ 即 $-2<a<2$ 时，$B=\varnothing$，满足 $A\cap B=B$

②当 $\Delta=a^2-4\geq 0$ 即 $a\leq -2$ 或 $a\geq 2$ 时，$B\neq\varnothing$

因为 $B\subseteq A$，所以 $B=\{-1\}$ 或 $B=\{4\}$ 或 $B=\{-1,4\}$

当 $B=\{-1\}$ 时，$\begin{cases}1-a+1=0\\a^2-4=0\end{cases}$，得 $a=2$

当 $B=\{4\}$ 时，$\begin{cases}16+4a+1=0\\a^2-4=0\end{cases}$，无解

当 $B=\{-1,4\}$ 时，$\begin{cases}16+4a+1=0\\1-a+1=0\\a^2-4>0\end{cases}$，无解

综上所述，$-2<a\leq 2$.

18. 【小问 1 详解】若命题 p 为真命题，则 $\Delta=a^2-4>0$，$\therefore a>2$ 或 $a<-2$

若命题 q 为真命题，则 $\therefore a\geq 2$ 或 $a\leq 1$

若命题 p 和 q 都是真命题，则 $\begin{cases}a>2\text{或}a<-2\\a\geq 2\text{或}a\leq 1\end{cases}$

$\therefore a>2$ 或 $a<-2$

【小问 2 详解】若命题 p 和 q 中有且仅有一个是真命题，则

①若 p 真 q 假，则 $\begin{cases}a>2\text{或}a<-2\\1<a<2\end{cases}\Rightarrow a\in\phi$

②若 p 假 q 真，则 $\begin{cases}-2\leq a\leq 2\\a\geq 2\text{或}a\leq 1\end{cases}\Rightarrow a=2$ 或 $-2\leq a\leq 1$.

综上：$a=2$ 或 $-2\leq a\leq 1$

19. 【小问 1 详解】函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，则 $f(x)=f(-x)$

又 $x\geq 0$ 时，$f(x)=x+1$，所以当 $x<0$ 时，$-x>0$，所以 $f(-x)=-x+1$

则 $f(x)=f(-x)=-x+1$.

【小问 2 详解】由（1）知，$f(x)=\begin{cases}x+1, x\geq 0\\ -x+1, x<0\end{cases}$，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，在 $[0,+\infty)$ 上单调递增. $\therefore f(x)_{\min}=f(0)=1$

$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\geq a^2-2a-2$ 恒成立时，$a^2-2a-2\leq 1\Rightarrow -1\leq a\leq 3$

20. 【小问 1 详解】易知 $Z(x)=\begin{cases}50x,\quad 0\leq x\leq 4\\ -\dfrac{400}{x^2}-\dfrac{300}{x}+620, 4<x\leq 20\end{cases}$，

因为 $0\leq x\leq 4$ 时，$Z(x)=50x\leq 200$，

所以由 $-\dfrac{400}{x^2}-\dfrac{300}{x}+620=544$，得 $19x^2-75x-100=0$，解得 $x=5$；

即减少用电量 5 万度时，增效效益达到 544 万元.

【小问 2 详解】设企业总收益为 $Q(x)$ 万元，

则 $Q(x)=Z(x)-S(x)+n(x)=\begin{cases}-50x^2+150x, 0\leq x\leq 4\\ -\dfrac{400}{x^2}+\dfrac{100}{x}+120, 4<x\leq 20\end{cases}$，

当 $0\leq x\leq 4$ 时，$Q(x)=-50\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{225}{2}\leq Q\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{225}{2}$；

当 $4<x\leq 20$ 时，$Q(x)=-400\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{8}\right)^2+\dfrac{505}{4}\leq Q(8)=\dfrac{505}{4}$，

因为 $\dfrac{225}{2}<\dfrac{505}{4}$，所以 $Q\left(\dfrac{3}{2}\right)<Q(8)$. 综上知，当减少用电 8 万度时，企业总效益最大.

21. 【小问 1 详解】

因为函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}+k$，$x\in[-1,1]$ 是奇函数, 所以 $f(0)=0\therefore k=0$，

经检验当 $k=0$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}, x\in[-1,1]$ 是奇函数成立. $\therefore k=0$

【小问 2 详解】

设 - 1? x_1 x_2 ? 1，则: $f(x_1)-f(x_2)=2\left(\dfrac{x_1}{x_1^2+1}-\dfrac{x_2}{x_2^2+1}\right)=2\dfrac{(x_2-x_1)(x_1x_2-1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$，

$\because$ - 1? x_1 x_2 ? 1 $\therefore x_2-x_1>0$ 且 $-1\leq x_1x_2<1\Rightarrow x_1x_2-1<0$，

又 $x_1^2+1>0$，$x_2^2+1>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上单调递增，

所以，当 $x=-1$ 时，$f(x)_{\min}=-1$.

当 $x=1$ 时，$f(x)_{\max}=1$

【小问 3 详解】因为 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$，$x\in[-1,1]$ 是奇函数,

$\therefore f(2a^2-1)+f(1-a)\ge 0 \Leftrightarrow f(2a^2-1)\ge -f(1-a)=f(a-1)$,

由（2）知 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上单调递增，所以 $\begin{cases}2a^2-1\ge a-1\\-1\le 2a^2-1\le 1\\-1\le a-1\le 1\end{cases}$, $\Rightarrow \begin{cases}a\ge \dfrac{1}{2}\text{或}a\le 0\\-1\le a\le 1\\0\le a\le 2\end{cases}$ $\Rightarrow a=0$

或 $\dfrac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$,

22. 【小问 1 详解】证明：设 x_1，$x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\left(x_1+\dfrac{1}{x_1}\right)-\left(x_2+\dfrac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)\left(\dfrac{x_1x_2-1}{x_1x_2}\right)$,

当 $0<x_1<x_2<1$ 时，$\therefore x_1-x_2<0$，$0<x_1x_2<1$，$\therefore x_1x_2-1<0$，$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，
即 $f(x_1)>f(x_2)$，$\therefore$函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减,
当 $1<x_1<x_2$ 时，$\therefore x_1-x_2<0$，$x_1x_2>1$，$\therefore x_1x_2-1>0$，$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，$\therefore$函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,
综上，函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

【小问 2 详解】由题意知 $g(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}-2k\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$，令 $z=x+\dfrac{1}{x}$，$y=z^2-2kz-2$，

由（1）可知函数 $z=x+\dfrac{1}{x}$ 在 $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$ 上单调递减，在 $[1,2]$ 上单调递增，$\therefore 2\le z\le \dfrac{5}{2}$，

$\because$函数 $y=z^2-2kz-2$ 的对称轴方程为 $z=k>\dfrac{5}{2}$，

$\therefore$函数 $y=z^2-2kz-2$ 在 $\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$ 上单调递减,

$\therefore$当 $z=2$ 时，$y=z^2-2kz-2$ 取得最大值，$y_{\max}=-4k+2$，

当 $z=\dfrac{5}{2}$ 时，$y=z^2-2kz-2$ 取得最小值，$y_{\min}=-5k+\dfrac{17}{4}$，

$\therefore g(x)_{\max}=-4k+2$，$g(x)_{\min}=-5k+\dfrac{17}{4}$，

又$\because$对 $\forall x_1$，$x_2\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$，都有 $|g(x_1)-g(x_2)|\le\dfrac{19}{4}$ 恒成立,

$\therefore g(x)_{\max}-g(x)_{\min}\le\dfrac{19}{4}$，即 $-4k+2-\left(-5k+\dfrac{17}{4}\right)\le\dfrac{19}{4}$，解得 $k\le 7$，

又$\because k>\dfrac{5}{2}$，$\therefore k$ 的取值范围是 $\left(\dfrac{5}{2},7\right]$.