

数 学

本试卷共 6 页，22 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

- 注意事项：1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$

- A. $\{2\}$ B. $\{4\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 1, \\ \frac{1}{x-1}, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(-2)) =$

- A. 8 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{10}{9}$

3. 下列各组函数是同一函数的是

- A. $f(x) = x + 1$ 与 $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ B. $f(x) = 1$ 与 $g(x) = (x + 1)^0$
- C. $f(x) = x$ 与 $g(x) = 2^{\log_2 x}$ D. $f(x) = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{1+x}$ 与 $g(x) = \sqrt{1-x^2}$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{b^2}$ 是 “ $(\sqrt{a})^2 = (\sqrt{b})^2$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 化简： $\sqrt{(\pi-4)^2} + \sqrt[3]{(\pi-3)^3} =$

- A. 1 B. -1 C. $7 - 2\pi$ D. $2\pi - 7$

6. 若 x, y 满足 $\ln(3x+y) = \ln x + \ln y$, 则 $x+3y$ 的最小值为

- A. $10+2\sqrt{6}$ B. $10+2\sqrt{3}$ C. 12 D. 16

7. 函数 $f(x) = x^2 - 2|x-1| - 4$ 的值域为

- A. $[-8, +\infty)$ B. $[-7, +\infty)$ C. $[-5, +\infty)$ D. $[-4, +\infty)$

8. 在数学中连加符号是“ Σ ”, 例如: $\sum_{i=1}^{10} i = 1+2+3+\dots+10$. 设函数 $f(n) = \log_2 \frac{n+2}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$,

将使 $\sum_{i=1}^k f(i)$ 为整数的 $k (k \in \mathbb{N}^*)$ 定义为希望数, 则在区间 $[1, 2023]$ 内, 希望数的个数为

- A. 9 B. 10 C. 512 D. 513

二、多选题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $a > b > c > d > 0$, 则

- A. $a+c > b+d$ B. $a-c > b-d$
C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{b+c}{a+c} < \frac{b+d}{a+d}$

10. 研究表明, 地震时释放的能量 E (单位: 焦耳) 与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E = 4.8 + 1.5M$, 则

- A. 震级为 2 级的地震释放能量为 $10^{6.8}$ 焦耳
B. 释放能量为 $10^{9.3}$ 焦耳的地震震级为 3 级
C. 9 级地震释放能量是 8 级地震释放能量的 10 倍
D. 释放能量之比为 1000:1 的两场地震的震级相差 2 级

11. 下列说法正确的是

- A. 函数 $y = x + \frac{4}{x} (x < 0)$ 的最大值为 -4
B. 函数 $y = \frac{x^2+10}{\sqrt{x^2+9}}$ 的最小值为 2
C. 函数 $y = x + \frac{16}{x+2} (x > -2)$ 的最小值为 6
D. 若 $2^a + 4^b = 8$, 则 $a+2b$ 的最大值为 4

12. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $(\frac{1}{t}, t) (t > 0)$, 则下列说法正确的是

A. $abc < 0$

B. $2a + b < 0$

C. $(\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c)(4a + 2b + c) \leq 0$

D. 设关于 x 的方程 $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ 的解为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 > t + \frac{1}{t}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 命题 “ $\forall x > 0, x^2 > 0$ ” 的否定是_____

14. 已知 $f(x-1) = x^2 - 2x$, 则 $f(x) =$ _____.

15. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 2x - 1 = 0\}$ 中至多一个元素, 则实数 a 的取值范围是_____

16. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 满足 $f(x+1) = 2f(x)$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x(1-x)$,

则 $f(\frac{3}{2}) =$ _____; 若对任意 $x \in (-\infty, m]$, 都有 $f(x) \leq \frac{3}{4}$, 则 m 的最大值为_____.

(第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知集合 $A = \{1, 3, a^2 + 3a - 4\}$, $B = \{0, 6, a^2 + 4a - 2, a + 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$,

求 $A \cup B$.

18. (12分)

已知集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 12 \leq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{4}{x+3} < 1\right\}$, $C = \{x \mid m \leq x \leq m+2\}$.

(1) 求 $A \cap B$;

(2) 若 _____, 求实数 m 的取值范围.

在① $x \in A$ 是 $x \in C$ 的必要条件, ② $(A \cap C) \supseteq C$ 这两个条件中任选一个, 补充在上述问题中, 并完成解答.

注: 如果选择多个方案分别解答, 按第一个方案计分.

19. (12分)

(1) 计算 $\lg 25 + \lg 2 \lg 50 + (\lg 2)^2$;

(2) 设 $\log_2 3 = a$, $\log_2 7 = b$, 试用 a, b 表示 $\log_{42} 56$;

(3) 设 a 是非零实数, $a - a^{-1} = 1$, 求 $\frac{(a + a^{-1})(a^2 + a^{-2} - 5)}{a^4 - a^{-4}}$ 的值.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - (a+1)x + a$.

(1) 若 $a = 3$, 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的值域;

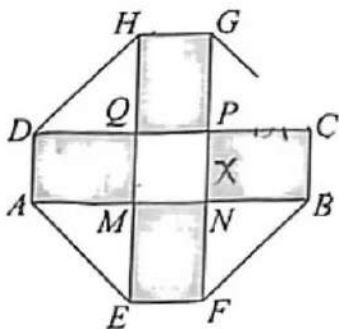
(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) > 0$.

21. (12分)

某小区要建一座八边形的休闲广场, 它的主体造型的平面图是由两个相同的矩形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 构成的十字形地域, 四个小矩形加一个正方形面积共为 200 平方米. 计划在正方形 $MNPQ$ 上建一座花坛, 造价为每平方米 4200 元, 在四个相同的矩形上 (图中阴影部分) 铺设条石地坪, 造价为每平方米 210 元, 再在四个角上铺设草坪, 造价为每平方米 80 元.

(1) 设 AD 长为 x 米, 总造价为 W 元, 试建立 W 关于 x 的函数关系式;

(2) 问: 当 x 为何值时 W 最小, 并求出最小值.



22. (12分)

若二次函数 $f(x)$ 的最小值为 -1 ，且 $f(x) = 0$ ， $f(1+x) = f(1-x)$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 当 $-3 \leq x \leq 3$ 时， $f(x) > 2mx - 4$ ，求实数 m 的取值范围；

(3) 求函数 $y = |f(x)|$ 在区间 $[0, t]$ 上的最大值 $\varphi(t)$ 。

2023-2024 学年（上）高一 10 月份质量监测

数学参考答案与评分建议

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$

- A. $\{2\}$ B. $\{4\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

【答案】B

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 1, \\ \frac{1}{x-1}, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(-2)) =$

- A. 8 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{10}{9}$

【答案】B

3. 下列各组函数是同一函数的是

- A. $f(x) = x + 1$ 与 $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ B. $f(x) = 1$ 与 $g(x) = (x + 1)^0$
C. $f(x) = x$ 与 $g(x) = 2^{\log_2 x}$ D. $f(x) = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{1+x}$ 与 $g(x) = \sqrt{1-x^2}$

【答案】D

4. “ $\sqrt{a^2} = \sqrt{b^2}$ ” 是 “ $(\sqrt{a})^2 = (\sqrt{b})^2$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

5. 化简: $\sqrt{(\pi-4)^2} + \sqrt[3]{(\pi-3)^3} =$

- A. 1 B. -1 C. $7 - 2\pi$ D. $2\pi - 7$

【答案】A

6. 若 x, y 满足 $\ln(3x+y) = \ln x + \ln y$, 则 $x+3y$ 的最小值为

- A. $10 + 2\sqrt{6}$ B. $10 + 2\sqrt{3}$ C. 12 D. 16

【答案】D

7. 函数 $f(x) = x^2 - 2|x-1| - 4$ 的值域为

- A. $[-8, +\infty)$ B. $[-7, +\infty)$ C. $[-5, +\infty)$ D. $[-4, +\infty)$

【答案】B

8. 在数学中连加符号是“ Σ ”，例如： $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + 3 + \dots + 10$. 设函数 $f(n) = \log_2 \frac{n+2}{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$,

将使 $\sum_{i=1}^k f(i)$ 为整数的 $k (k \in \mathbf{N}^*)$ 定义为希望数，则在区间 $[1, 2023]$ 内，希望数的个数为

- A. 9 B. 10 C. 512 D. 513

【答案】A

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知 $a > b > c > d > 0$ ，则

- A. $a + c > b + d$ B. $a - c > b - d$
 C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{b+c}{a+c} < \frac{b+d}{a+d}$

【答案】AC

10. 研究表明，地震时释放的能量 E （单位：焦耳）与地震里氏震级 M 之间的关系

为 $\lg E = 4.8 + 1.5M$ ，则

- A. 震级为 2 级的地震释放能量为 $10^{6.8}$ 焦耳
 B. 释放能量为 $10^{9.3}$ 焦耳的地震震级为 3 级
 C. 9 级地震释放能量是 8 级地震释放能量的 10 倍
 D. 释放能量之比为 1000:1 的两场地震的震级相差 2 级

【答案】BD

11. 下列说法正确的是

- A. 函数 $y = x + \frac{4}{x} (x < 0)$ 的最大值为 -4
 B. 函数 $y = \frac{x^2 + 10}{\sqrt{x^2 + 9}}$ 的最小值为 2
 C. 函数 $y = x + \frac{16}{x+2} (x > -2)$ 的最小值为 6
 D. 若 $2^a + 4^b = 8$ ，则 $a + 2b$ 的最大值为 4

【答案】ACD

12. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $(\frac{1}{t}, t) (t > 0)$ ，则下列说法正确的是

- A. $abc < 0$

B. $2a+b < 0$

C. $(\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c)(4a + 2b + c) \leq 0$

D. 设关于 x 的方程 $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ 的解为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 > t + \frac{1}{t}$

【答案】 ABD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 命题 “ $\forall x > 0, x^2 > 0$ ” 的否定是_____.

【答案】 $\exists x > 0, x^2 \leq 0$

14. 已知 $f(x-1) = x^2 - 2x$, 则 $f(x) =$ _____.

【答案】 $x^2 - 1$

15. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 2x - 1 = 0\}$ 中至多一个元素, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \leq -1$ 或 $a = 0$

16. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 满足 $f(x+1) = 2f(x)$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x(1-x)$,

则 $f(\frac{3}{2}) =$ _____; 若对任意 $x \in (-\infty, m]$, 都有 $f(x) \leq \frac{3}{4}$, 则 m 的最大值为_____.

(第一空 2 分, 第二空 3 分)

【答案】 $\frac{1}{2}; \frac{9}{4}$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知集合 $A = \{1, 3, a^2 + 3a - 4\}$, $B = \{0, 6, a^2 + 4a - 2, a + 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$,

求 $A \cup B$.

解: 因为 $A \cap B = \{3\}$,

所以 $a^2 + 4a - 2 = 3$ 或 $a + 3 = 3$ 2 分

若 $a^2 + 4a - 2 = 3$, 解得 $a = 1$ 或 -5 ;

当 $a = 1$ 时, $A = \{1, 3, 0\}$, $B = \{0, 6, 3, 4\}$, 则

$A \cap B = \{0, 3\} \neq \{3\}$ 舍去;

当 $a = -5$ 时, $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{0, 6, 3, -2\}$, 则

$A \cap B = \{3, 6\} \neq \{3\}$ 舍去; 6 分

若 $a+3=3$, 则 $a=0$,

此时 $A=\{1, 3, -4\}$, $B=\{0, 6, -2, 3\}$, 则

$A \cap B = \{3\}$ 符合题意. 8 分

所以 $A \cup B = \{-4, -2, 0, 1, 3, 6\}$10 分

18. (12 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 12 \leq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{4}{x+3} < 1\right\}$, $C = \{x | m \leq x \leq m+2\}$.

(1) 求 $A \cap B$;

(2) 若 _____, 求实数 m 的取值范围.

在① $x \in A$ 是 $x \in C$ 的必要条件, ② $(A \cap C) \supseteq C$ 这两个条件中任选一个, 补充在上述问题中, 并完成解答.

注: 如果选择多个方案分别解答, 按第一个方案计分.

解: (1) 由 $x^2 + x - 12 \leq 0$, 得 $(x-3)(x+4) \leq 0$,

解得 $-4 \leq x \leq 3$,

所以 $A = \{x | -4 \leq x \leq 3\}$ 2 分

由 $\frac{4}{x+3} < 1$, 得 $\frac{1-x}{x+3} < 0$,

即 $(x+3)(x-1) > 0$,

解得 $x < -3$ 或 $x > 1$,

所以 $B = \{x | x < -3$ 或 $x > 1\}$ 4 分

所以 $A \cap B = \{x | -4 \leq x < -3$ 或 $1 < x \leq 3\}$ 6 分

(2) 选①

因为 $x \in A$ 是 $x \in C$ 的必要条件,

所以 $C \subseteq A$ 8 分

选②

因为 $(A \cap C) \supseteq C$,

又 $(A \cap C) \subseteq C$,

所以 $(A \cap C) = C$,

所以 $C \subseteq A$ 8 分

所以 $\begin{cases} m \geq -4 \\ m + 2 \leq 3 \end{cases}$, ……10分

解得 $-4 \leq m \leq 1$,

所以 m 的取值范围是 $-4 \leq m \leq 1$. ……12分

19. (12分)

(1) 计算 $\lg 25 + \lg 2 \lg 50 + (\lg 2)^2$;

(2) 设 $\log_2 3 = a$, $\log_2 7 = b$, 试用 a, b 表示 $\log_{42} 56$;

(3) 设 a 是非零实数, $a - a^{-1} = 1$, 求 $\frac{(a + a^{-1})(a^2 + a^{-2} - 5)}{a^4 - a^{-4}}$ 的值.

解: (1) $\lg 25 + \lg 2 \lg 50 + (\lg 2)^2$

$$= 2\lg 5 + \lg 2(\lg 50 + \lg 2)$$

$$= 2\lg 5 + \lg 2 \lg 100$$

$$= 2\lg 5 + 2\lg 2$$

$$= 2(\lg 5 + \lg 2)$$

$$= 2\lg 10 = 2$$

…… 4分

(2) $\log_{42} 56 = \frac{\log_2 56}{\log_2 42} = \frac{\log_2 7 + \log_2 8}{\log_2 7 + \log_2 2 + \log_2 3} = \frac{b + 3}{a + b + 1}$

…… 8分

(3) 由 $a - a^{-1} = 1$, 得 $(a - a^{-1})^2 = 1$,

所以 $a^2 + a^{-2} = 3$.

$$\text{所以 } \frac{(a + a^{-1})(a^2 + a^{-2} - 5)}{a^4 - a^{-4}} = \frac{(a + a^{-1})(a^2 + a^{-2} - 5)}{(a^2 + a^{-2})(a^2 - a^{-2})}$$

$$= \frac{(a + a^{-1})(a^2 + a^{-2} - 5)}{(a^2 + a^{-2})(a + a^{-1})(a - a^{-1})} = \frac{a^2 + a^{-2} - 5}{(a^2 + a^{-2})(a - a^{-1})}$$

$$= \frac{3 - 5}{3 \times 1} = -\frac{2}{3}$$

……12分

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - (a + 1)x + a$.

(1) 若 $a = 3$, 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的值域;

(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) > 0$.

解: (1) 当 $a=3$ 时, $f(x) = x^2 - 4x + 3$, 对称轴 $x=2$.

当 $x=2$ 时, $f(x)$ 取最小值 $f(2) = -1$ 2 分

因为 $f(-1) = 8$, $f(3) = 0$,

所以当 $x=-1$ 时, $f(x)$ 取最大值 $f(-1) = 8$ 4 分

所以 $f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的值域为 $[-1, 8]$ 5 分

(2) 由 $f(x) > 0$, 得 $x^2 - (a+1)x + a > 0$,

即 $(x-1)(x-a) > 0$.

当 $a > 1$ 时, $x < 1$ 或 $x > a$;

当 $a < 1$ 时, $x < a$ 或 $x > 1$;

当 $a = 1$ 时, $x \neq 1$ 11 分

综上, 当 $a > 1$ 时, $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > a\}$;

当 $a < 1$ 时, $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x | x < a \text{ 或 } x > 1\}$;

当 $a = 1$ 时, $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x | x \neq 1\}$ 12 分

21. (12 分)

某小区要建一座八边形的休闲广场, 它的主体造型的平面图是由两个相同的矩形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 构成的十字形地域, 四个小矩形加一个正方形面积共为 200 平方米. 计划在正方形 $MNPQ$ 上建一座花坛, 造价为每平方米 4200 元, 在四个相同的矩形上 (图中阴影部分) 铺设条石地坪, 造价为每平方米 210 元, 再在四个角上铺设草坪, 造价为每平方米 80 元.

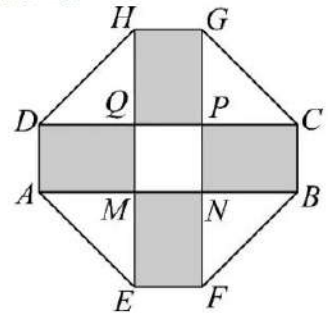
(1) 设 AD 长为 x 米, 总造价为 W 元, 试建立 W 关于 x 的函数关系式;

(2) 问: 当 x 为何值时 W 最小, 并求出最小值.

解: (1) 由题意可得, $AM = \frac{200 - x^2}{4x}$, 2 分

因为 $AM > 0$, 所以 $0 < x < 10\sqrt{2}$, 则 3 分

$$\begin{aligned}
 W &= 4200x^2 + 210 \times 4x \frac{200 - x^2}{4x} + 80 \times 2 \times \left(\frac{200 - x^2}{4x} \right)^2 \\
 &= 4200x^2 + 42000 - 210x^2 + \frac{400000 + 10x^4 - 4000x^2}{x^2}
 \end{aligned}$$



$$= 4000x^2 + \frac{400000}{x^2} + 38000,$$

所以 W 关于 x 的函数关系式为 $W = 4000x^2 + \frac{400000}{x^2} + 38000, x \in (0, 10\sqrt{2})$.

…… 7 分

(2) 由 (1) 可知,

$$W = 4000x^2 + \frac{400000}{x^2} + 38000 \geq 2\sqrt{4000x^2 \times \frac{400000}{x^2}} + 38000 = 118000$$

…… 9 分

当且仅当 $4000x^2 = \frac{400000}{x^2}$ 时, 即 $x = \sqrt{10}$ 时, 等号成立,

…… 11 分

所以, 当 $x = \sqrt{10}$ 米时, W 的最小值为 118000 元.

…… 12 分

22. (12 分)

若二次函数 $f(x)$ 的最小值为 -1 , 且 $f(0) = 0$, $f(1+x) = f(1-x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $-3 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) > 2mx - 4$, 求实数 m 的取值范围;

(3) 求函数 $y = |f(x)|$ 在区间 $[0, t]$ 上的最大值 $\varphi(t)$.

解: (1) 方法 1

$$\text{设 } f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0),$$

因为 $f(0) = 0$, 所以 $c = 0$.

因为 $f(x)$ 的最小值为 -1 ,

$$\text{所以 } \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{b^2}{4a} = -1, \text{ 且 } a > 0,$$

$$\text{得 } b^2 = 4a, \text{ 且 } a > 0.$$

$$\text{因为 } f(1+x) = f(1-x),$$

$$\text{所以 } a(1+x)^2 + b(1+x) + c = a(1-x)^2 + b(1-x) + c,$$

$$\text{得 } (2a+b)x = 0 \text{ 对任意实数 } x \text{ 成立,}$$

$$\text{所以 } 2a+b=0.$$

$$\text{由 } \begin{cases} b^2 = 4a \\ 2a+b=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \text{ (舍).}$$

$$\text{所以 } f(x) = x^2 - 2x.$$

…… 3 分

方法2

因为 $f(1+x)=f(1-x)$ ，所以 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1$ 。

又因为 $f(x)$ 的最小值为 -1 ，

故设 $f(x)=a(x-1)^2-1(a>0)$ ，…… 2分

所以 $f(0)=a-1=0$ ，解得 $a=1$ ，

所以 $f(x)=(x-1)^2-1$ ，即 $f(x)=x^2-2x$ 。…… 3分

(2) 由题意得， $x^2-2(m+1)x+4>0$ 对一切 $x\in[-3,3]$ 成立。

记 $g(x)=x^2-2(m+1)x+4$ ， $x\in[-3,3]$ ，

对称轴 $x=m+1$ 。

①若 $m+1\leq-3$ ，即 $m\leq-4$ ，则

$x=-3$ 时， $g(x)$ 取最小值 $g(-3)=6m+19$ ，

由 $\begin{cases} 6m+19>0 \\ m\leq-4 \end{cases}$ ， m 无解。

②若 $-3<m+1<3$ ，即 $-4<m<2$ ，则

$x=m+1$ 时， $g(x)$ 取最小值 $g(m+1)=4-(m+1)^2$ ，

由 $\begin{cases} 4-(m+1)^2>0 \\ -4<m<2 \end{cases}$ ，解得 $-3<m<1$ 。

③若 $m+1\geq 3$ ，即 $m\geq 2$ ，则

$x=3$ 时， $g(x)$ 取最小值 $g(3)=7-6m$ ，

由 $\begin{cases} 7-6m>0 \\ m\geq 2 \end{cases}$ ， m 无解。

综上，实数 m 的取值范围为 $(-3,1)$ 。…… 9分

(3) $|f(x)|=\begin{cases} -x^2+2x, & 0\leq x\leq 2, \\ x^2-2x, & x<0 \text{ 或 } x>2. \end{cases}$

当 $x>2$ 时，由 $|f(x)|=|f(1)|$ ，得 $x^2-2x=1$ ，

解得 $x=1+\sqrt{2}$ ($1-\sqrt{2}$ 舍)。

①若 $0<t\leq 1$ ，则

$x=t$ 时, $|f(x)|$ 取最大值 $|f(t)|=2t-t^2$.

②若 $1 < t \leq 1 + \sqrt{2}$, 则

$x=1$ 时, $|f(x)|$ 取最大值 $|f(t)|=1$.

③若 $t > 1 + \sqrt{2}$, 则

$x=t$ 时, $|f(x)|$ 取最大值 $|f(t)|=t^2-2t$.

综上, $|f(x)|$ 的最大值 $\varphi(t) = \begin{cases} 2t-t^2, & 0 < t \leq 1, \\ 1, & 1 < t \leq 1 + \sqrt{2}, \\ t^2-2t, & t > 1 + \sqrt{2}. \end{cases}$ 12分