

南京一中 2022~2023 学年度第一学期期中考试试卷

高一数学

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。



1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{2-x}$ 的定义域为()

- A. $[-1, 2]$ B. $(-1, 2)$ C. $(-1, 2]$ D. $[-1, 2)$

2. 下列各组函数中，表示同一函数的是()

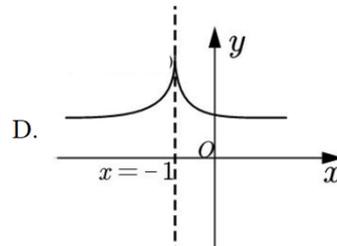
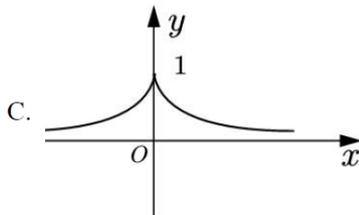
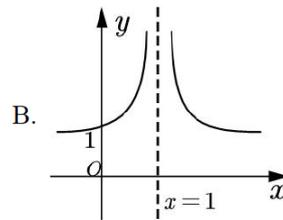
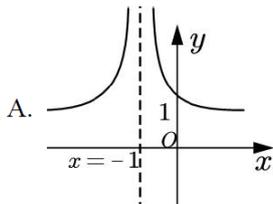
A. $f(x) = x+1$ 与 $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

B. $y = x$ 与 $y = \sqrt[3]{x^3}$

C. $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$

D. $y = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$ 与 $y = \sqrt{x^2-4}$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$ 的图象是()



4. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2+x, & x > 3, \\ f(x+2), & x \leq 3, \end{cases}$ 则 $f(2) =$ ()

- A. -2 B. 4 C. 6 D. -12

5. 计算 $8^{\frac{2}{3}} - (\frac{1}{2})^{-2} + (\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}} - (\sqrt{2}+1)^0$ 的值为()

A. $\frac{19}{8}$

B. $\frac{27}{8}$

C. $\frac{11}{8} - \sqrt{2}$

D. 0

6. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 对任意 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$ 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$,

$f(3) = 0$, 则不等式 $xf(x) \leq 0$ 的解集是()

A. $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

B. $[-3, 3]$

C. $(-\infty, -3] \cup \{0\} \cup [3, +\infty)$

D. $(-\infty, -3] \cup [0, 3]$

7. 已知 $a > 0, b > 0$, 若 $\log_2(4a+b) = \log_2\sqrt{ab}$, 则 $a+b$ 的最小值为()

- A. $5+2\sqrt{2}$ B. 9 C. 7 D. $5+4\sqrt{2}$

8. 已知函数 $f(x) = 5x^3 + x (x \in \mathbf{R})$, 若不等式 $f(2m+mt^2) + f(4t) < 0$ 对任意实数 $t \geq 2$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围()

- A. $(-2, -\sqrt{2})$ B. $(-\infty, -\frac{4}{3})$
C. $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\sqrt{2})$



二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 不止一项是符合题目要求的, 每题全选对者得 5 分, 部分选对得 2 分, 其他情况不得分.

9. 下列命题是真命题的是()

- A. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ” 的否定是 “ $\forall x \in \mathbf{R}$ 都有 $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”
B. 函数 $y = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ 最小值为 2
C. $|x-1| < 1$ 是 $x < 2$ 的充分不必要条件
D. 若 $f(1+\sqrt{x}) = 2x+1$, 则 $f(x) = 2x^2 + 4x + 3, x \in [1, +\infty)$

10. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 下列说法正确的有()

- A. 若 $f(2) > f(1)$, 则 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上不是减函数
B. 若 $f(x+2)$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 图象关于 $x=2$ 对称
C. 若 $f(-1) = f(1)$, 则 $f(x)$ 是偶函数
D. 若 $f(x)$ 为奇函数且满足任意 $x_1 + x_2 \neq 0$, 都有 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > 0$, 则 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数

11. 已知函数 $f(x) = \frac{2|x|}{1+x^2}$, 下列结论正确的有()

- A. $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 为单调增函数 B. $f(x)$ 图象关于 y 轴对称
C. $f(x)$ 在定义域内只有 1 个零点 D. $f(x)$ 的值域为 $[0, 1]$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 5x + 4|, & x \leq 0, \\ 2|x-2|, & x > 0, \end{cases}$ 若 $y = f(x) - a|x|$ 恰有 3 个零点, 则 a 的可能值为()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

13. 若幂函数的图象经过点 $(8, 2)$, 则此幂函数解析式为_____.

14. 已知 $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$, 用 a, b 表示 $\log_4 56 =$ _____. (结果用 a, b 表示)

15. 若任意 $x \in [1, 2]$, 不等式 $x^2 - mx + 4 \geq 0$ 恒成立, 则实数 m 的范围为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2+x, & x \geq 0, \\ -2x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $[f(x)]^2 - (m+1)f(x) + m < 0$ 恰有两个整数解, 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 70 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



17. (本小题满分 10 分)

设全集 $U = \mathbf{R}$, $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid \frac{x-1}{x+4} < 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+2, x \in \mathbf{R}\}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $A \cup B$, $A \cap (C_U B)$;

(2) 若 “ $x \in B$ ” 是 “ $x \in A$ ” 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知不等式 $ax^2 - 4x + 3 > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 1, x > b\}$, 其中 $b > 1$.

(1) 求实数 a, b 的值;

(2) 当 $c \in \mathbf{R}$ 时, 解关于 x 的不等式 $ax^2 - (c+b)x + bc \leq 0$ (用 c 表示).



19. (本小题满分 12 分)

已知二次函数满足 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x - 1$, $f(0) = 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x \in [t, t+2] (t \in \mathbf{R})$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值 $g(t)$ (用 t 表示).



20. (本小题满分 12 分)

我国某企业为了进一步增加市场竞争力, 计划在 2023 年利用新技术生产某款新手机. 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本 250 万, 每生产 x (千部) 手机, 需另投入可

变成本 $R(x)$ 万元, 且 $R(x) = \begin{cases} 10x^2 + 200x + 1000, & 0 < x < 40 \\ 801x + \frac{10000}{x} - 8450, & x \geq 40 \end{cases}$, 由市场调研知, 每部手机售价 0.8

万元, 且全年内生产的手机当年能全部销售完. (利润 = 销售额 - 固定成本 - 可变成本).

(1) 求 2023 年的利润 $W(x)$ (万元) 关于年产量 x (千部) 的函数关系式;

(2) 2023 年产量为多少 (千部) 时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $g(x) = \frac{x+b}{x^2+a}$, $x \in (-1, 1)$, 从下面三个条件中任选一个条件, 求出 a, b 的值, 并在此基础上解答后面的问题. (注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分)

① 已知函数 $f(x) = x^2 - (a-1)x + 4$, $f(x)$ 在定义域 $[b-1, b+1]$ 上为偶函数: 

② $f(x) = ax + b (a > 0)$ 在 $[1, 2]$ 上的值域为 $[1, 2]$:

③ 已知函数 $f(x) = b + \frac{3}{x-a}$, 满足 $f(1-x) + f(1+x) = 0$.

(1) 选择 _____, 求 a, b 的值;

(2) 判断并用定义证明 $g(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上的单调性;

(3) 解不等式 $g(t-1) + g(2t) < 0$.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = -x|x-a| + a^2$, $a > 0$.

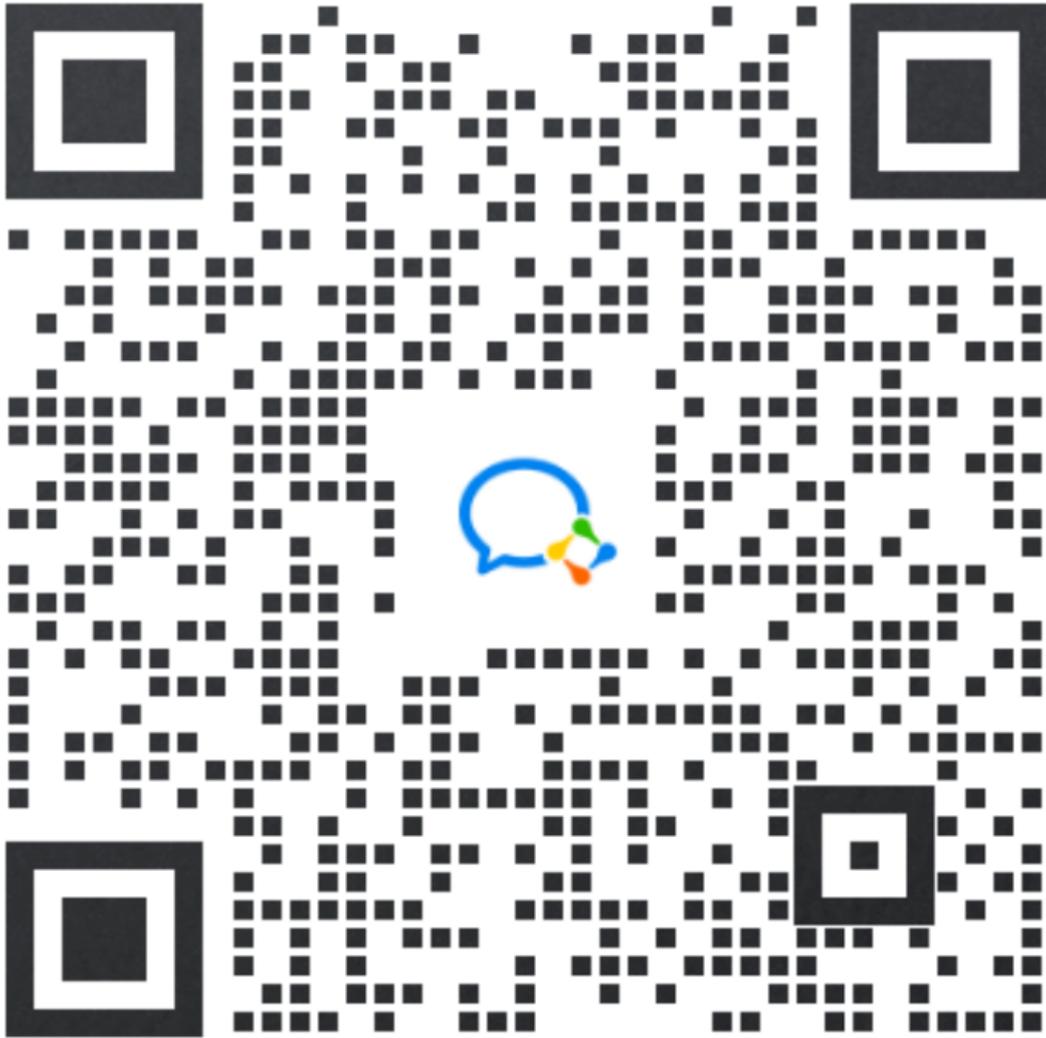
(1) 若 $f(1) = 3$, 求 a 的值;

(2) 当 $a = 2$ 时, 求该函数 $f(x)$ 在闭区间 $[1, 4]$ 上的值域;

(3) $A = \{y | y = f(x), x \in [\frac{a}{2}, a]\}$, $B = \{y | y = f(f(x)), x \in [\frac{a}{2}, a]\}$, 若 $A = B$, 求 a 的值.



扫码领取更多内部资料



新东方老师好!

