

# 南京一中 2022~2023 学年度第一学期期中考试试卷

## 高一数学

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。



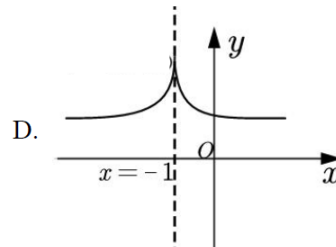
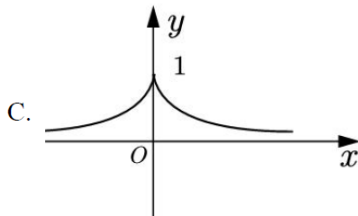
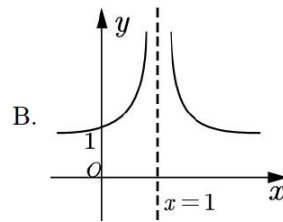
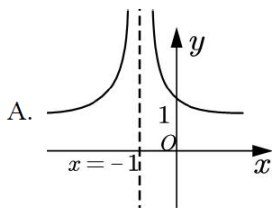
1. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{2-x}$  的定义域为( )

- A.  $[-1, 2]$       B.  $(-1, 2)$       C.  $(-1, 2]$       D.  $[-1, 2)$

2. 下列各组函数中，表示同一函数的是( )

- A.  $f(x) = x+1$  与  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$       B.  $y = x$  与  $y = \sqrt[3]{x^3}$   
 C.  $y = x$  与  $y = \sqrt{x^2}$       D.  $y = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$  与  $y = \sqrt{x^2-4}$

3. 函数  $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$  的图象是( )



4. 若函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2+x, & x > 3, \\ f(x+2), & x \leq 3, \end{cases}$  则  $f(2) =$  ( )

- A. -2      B. 4      C. 6      D. -12

5. 计算  $8^{\frac{2}{3}} - (\frac{1}{2})^{-2} + (\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}} - (\sqrt{2}+1)^0$  的值为( )

- A.  $\frac{19}{8}$       B.  $\frac{27}{8}$       C.  $\frac{11}{8} - \sqrt{2}$       D. 0

6. 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$ , 对任意  $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$  且  $x_1 \neq x_2$ , 都有  $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$ ,  $f(3) = 0$ , 则不等式  $xf(x) \leq 0$  的解集是( )

- A.  $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$       B.  $[-3, 3]$   
 C.  $(-\infty, -3] \cup \{0\} \cup [3, +\infty)$       D.  $(-\infty, -3] \cup [0, 3]$

7. 已知  $a > 0, b > 0$ , 若  $\log_2(4a+b) = \log_2\sqrt{ab}$ , 则  $a+b$  的最小值为( )

- A.  $5+2\sqrt{2}$                       B. 9                      C. 7                      D.  $5+4\sqrt{2}$

8. 已知函数  $f(x) = 5x^3 + x (x \in \mathbf{R})$ , 若不等式  $f(2m+mt^2) + f(4t) < 0$  对任意实数  $t \geq 2$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围( )

- A.  $(-2, -\sqrt{2})$                       B.  $(-\infty, -\frac{4}{3})$   
C.  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$                       D.  $(-\infty, -\sqrt{2})$



二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 不止一项是符合题目要求的, 每题全选对者得 5 分, 部分选对得 2 分, 其他情况不得分.

9. 下列命题是真命题的是( )

- A. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 + x + 1 < 0$ ” 的否定是 “ $\forall x \in \mathbf{R}$  都有  $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”  
B. 函数  $y = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$  最小值为 2  
C.  $|x-1| < 1$  是  $x < 2$  的充分不必要条件  
D. 若  $f(1+\sqrt{x}) = 2x+1$ , 则  $f(x) = 2x^2 + 4x + 3, x \in [1, +\infty)$

10. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$ , 下列说法正确的有( )

- A. 若  $f(2) > f(1)$ , 则  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上不是减函数  
B. 若  $f(x+2)$  是偶函数, 则  $f(x)$  图象关于  $x=2$  对称  
C. 若  $f(-1) = f(1)$ , 则  $f(x)$  是偶函数  
D. 若  $f(x)$  为奇函数且满足任意  $x_1 + x_2 \neq 0$ , 都有  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > 0$ , 则  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数

11. 已知函数  $f(x) = \frac{2|x|}{1+x^2}$ , 下列结论正确的有( )

- A.  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  为单调增函数                      B.  $f(x)$  图象关于  $y$  轴对称  
C.  $f(x)$  在定义域内只有 1 个零点                      D.  $f(x)$  的值域为  $[0, 1]$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 5x + 4|, & x \leq 0, \\ 2|x-2|, & x > 0, \end{cases}$  若  $y = f(x) - a|x|$  恰有 3 个零点, 则  $a$  的可能值为( )

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

13. 若幂函数的图象经过点  $(8, 2)$ , 则此幂函数解析式为\_\_\_\_\_.

14. 已知  $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$ , 用  $a, b$  表示  $\log_4 56 =$ \_\_\_\_\_. (结果用  $a, b$  表示)

15. 若任意  $x \in [1, 2]$ , 不等式  $x^2 - mx + 4 \geq 0$  恒成立, 则实数  $m$  的范围为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2+x, & x \geq 0, \\ -2x, & x \leq 0, \end{cases}$  若关于  $x$  的不等式  $[f(x)]^2 - (m+1)f(x) + m < 0$  恰有两个整数解, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 70 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



17. (本小题满分 10 分)

设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $a \in \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid \frac{x-1}{x+4} < 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+2, x \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求  $A \cup B$ ,  $A \cap (C_U B)$ ;

(2) 若 “ $x \in B$ ” 是 “ $x \in A$ ” 的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知不等式  $ax^2 - 4x + 3 > 0$  的解集为  $\{x \mid x < 1, x > b\}$ , 其中  $b > 1$ .

(1) 求实数  $a, b$  的值;

(2) 当  $c \in \mathbf{R}$  时, 解关于  $x$  的不等式  $ax^2 - (c+b)x + bc \leq 0$  (用  $c$  表示).



19. (本小题满分 12 分)

已知二次函数满足  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ , 满足  $f(x+1) - f(x) = 2x - 1$ ,  $f(0) = 0$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 当  $x \in [t, t+2] (t \in \mathbf{R})$  时, 求函数  $f(x)$  的最小值  $g(t)$  (用  $t$  表示).



20. (本小题满分 12 分)

我国某企业为了进一步增加市场竞争力, 计划在 2023 年利用新技术生产某款新手机. 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本 250 万, 每生产  $x$  (千部) 手机, 需另投入可

变成本  $R(x)$  万元, 且  $R(x) = \begin{cases} 10x^2 + 200x + 1000, & 0 < x < 40 \\ 801x + \frac{10000}{x} - 8450, & x \geq 40 \end{cases}$ , 由市场调研知, 每部手机售价 0.8

万元, 且全年内生产的手机当年能全部销售完. (利润 = 销售额 - 固定成本 - 可变成本).


(1) 求 2023 年的利润  $W(x)$  (万元) 关于年产量  $x$  (千部) 的函数关系式;

(2) 2023 年产量为多少 (千部) 时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?



21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $g(x) = \frac{x+b}{x^2+a}$ ,  $x \in (-1, 1)$ , 从下面三个条件中任选一个条件, 求出  $a, b$  的值, 并在此基础上解答后面的问题. (注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分)

① 已知函数  $f(x) = x^2 - (a-1)x + 4$ ,  $f(x)$  在定义域  $[b-1, b+1]$  上为偶函数: 

②  $f(x) = ax + b (a > 0)$  在  $[1, 2]$  上的值域为  $[1, 2]$ :

③ 已知函数  $f(x) = b + \frac{3}{x-a}$ , 满足  $f(1-x) + f(1+x) = 0$ .

(1) 选择 \_\_\_\_\_, 求  $a, b$  的值;

(2) 判断并用定义证明  $g(x)$  在  $(-1, 1)$  上的单调性;

(3) 解不等式  $g(t-1) + g(2t) < 0$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = -x|x-a| + a^2$ ,  $a > 0$ .

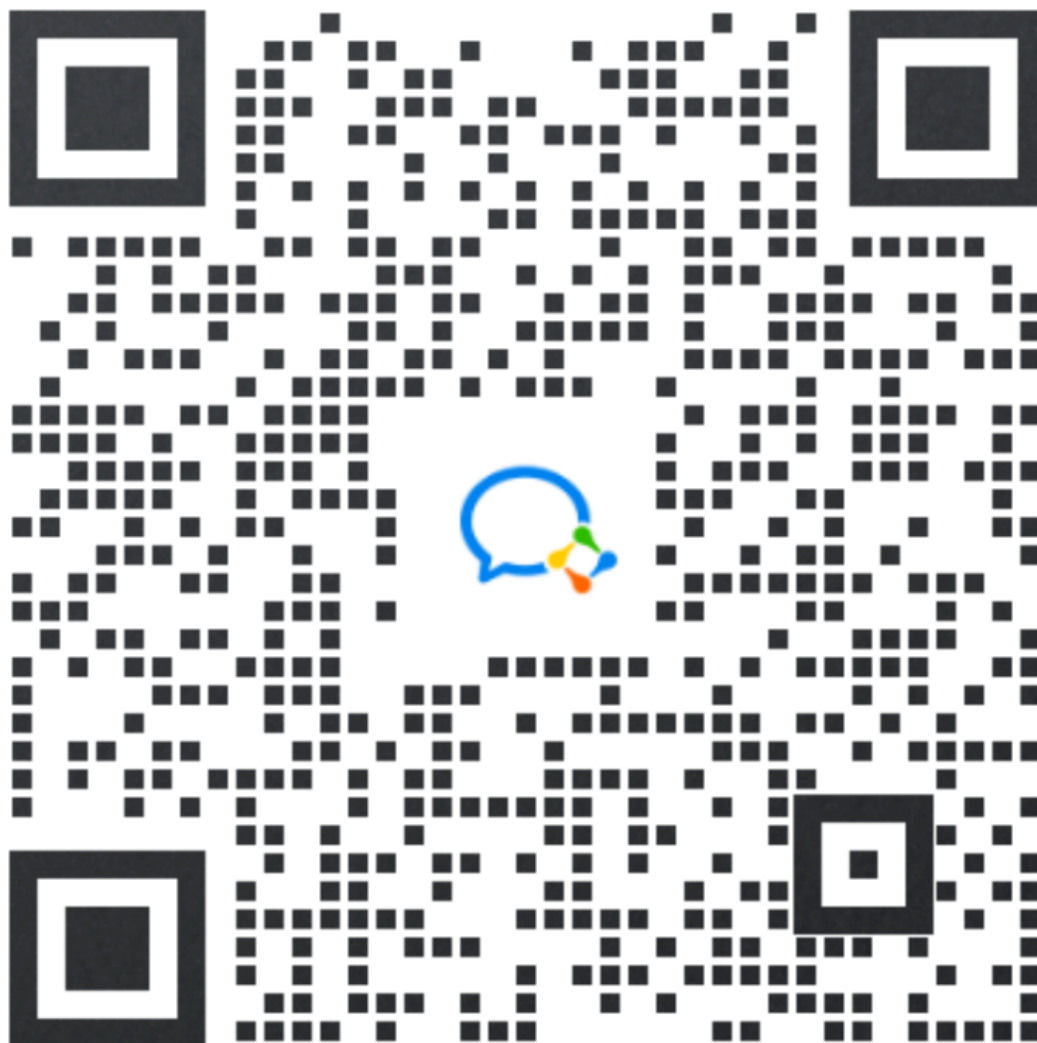
(1) 若  $f(1) = 3$ , 求  $a$  的值;

(2) 当  $a = 2$  时, 求该函数  $f(x)$  在闭区间  $[1, 4]$  上的值域;

(3)  $A = \{y | y = f(x), x \in [\frac{a}{2}, a]\}$ ,  $B = \{y | y = f(f(x)), x \in [\frac{a}{2}, a]\}$ , 若  $A = B$ , 求  $a$  的值.



扫码领取更多内部资料



新东方老师好!

