

中华中学 2023-2024 学年度第一学期学情调研 (一)

高一数学

本卷调研时间: 120 分钟 总分: 150 分

命题人: 王瑞 审核人: 姚发权

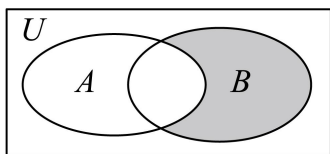
一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请把答案涂在答题卡相应位置上.

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 " $-2 < x < 2$ " 是 " $1 < x < 2$ " 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 不等式 $|2x - 1| < 1$ 的解为 ()
- A. $-1 < x < 1$ B. $-1 < x < 0$ C. $0 < x < 1$ D. $0 < x < 2$
4. 下列结论正确的是 ()
- A. 若 $a > b$, 则 $ac > bc$ B. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- C. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$ D. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
5. 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $a \leq 1$ B. $a < 1$ C. $a \geq 2$ D. $a > 2$
6. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, A, B 是 U 的两个子集, 集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, 则满足 $A \cap B = \{1, 2\}$ 的集合 B 共有 ()
- A. 4 个 B. 8 个 C. 6 个 D. 2 个
7. 已知正数 a, b 满足 $ab = 2a + b$, 则 ab 的最小值为 ()
- A. 8 B. 10 C. 9 D. 6
8. 某工厂需要分两次采购一批原材料, 假设该原材料两次采购的单价分别为 $a, b (a \neq b)$. 现有 A, B 两种不同的采购方案, A 方案为每次采购原材料的总价相同, B 方案为每次采购原材料的数量相同, 两种采购方案的平均单价分别记为 m_1, m_2 , 则下列结论正确的是 ()

- A. $m_1 = m_2$ B. $m_1 < m_2$ C. $m_1 > m_2$ D. m_1, m_2 的大小无法确定

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 如图，已知矩形 U 表示全集， A, B 是 U 的两个子集，则阴影部分可表示为 ()



- A. $(\complement_U A) \cap B$ B. $\complement_U (A \cap B)$ C. $\complement_{(A \cup B)} (A \cap B)$ D. $\complement_{(A \cup B)} A$

10. 下列命题中为真命题的是 ()

A. 若 $x \in A \cap B$ ，则 $x \in A \cup B$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, 2x < x^2$

C. 若 $x, y \in \mathbf{R}$ ，且 $x + y > 2$ ，则 x, y 至少有一个大于 1

D. 若 $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + m \leq 0$ ，则 m 的取值范围是 $\{m \mid m \leq 0\}$

11. 若 $0 < a < b < c$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

B. $a^2 - ab > ac - bc$

C. $\frac{b+c}{a+c} < \frac{b}{a}$

D. $\frac{1}{c-b} + \frac{1}{b-a} \geq \frac{4}{c-a}$

12. 设集合 M 是实数集 \mathbf{R} 的子集，如果 $t \in \mathbf{R}$ 满足：对任意 $a > 0$ ，都存在 $x \in M$ ，使得 $0 < |x - t| < a$ ，则称 t 为集合 M 的聚点，则在下列集合中，以 0 为聚点的集合有 ()

A. $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$

B. $\{x \in \mathbf{Z} \mid x \neq 0\}$

C. $\left\{x \mid x = \frac{2}{n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$

D. $\left\{x \mid x = \frac{n}{n^2 + 1}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$

三、填空题：本小题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 命题“ $\forall x \geq 2, x^2 + x - 1 \leq 0$ ”的否定是_____。

14. 已知 $a > 0, m = \sqrt{a+5} - \sqrt{a+2}, n = \sqrt{a+3} - \sqrt{a}$ ，则 m 与 n 的大小关系为_____。

15. 不等式 $|2x - 3| < x + 1$ 的解为_____。

16. 若下列两个方程: $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$, $x^2 + 2ax - 2a = 0$ 至少有一个方程有实根, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 设集合 $U = \{x | x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$, 求:

- (1) $A \cup B$;
- (2) $(\complement_U A) \cup B$;
- (3) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

18. 已知命题 p : $\exists x > 1$, 使得 $m \geq x + \frac{4}{x-1}$ 成立; 命题 q : 正数 a, b 满足 $2a + b = 1$, 不等式 $m \leq \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 恒成立.

- (1) 若命题 p 真命题, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若命题 p 和命题 q 有且仅有一个真命题, 求实数 m 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax^2 - (2a+1)x + 2 = 0\}$.

- (1) 若 $a = 2$, 求 $A \cap B$;
- (2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值集合.

20. 已知 $y = x^2 - 2ax + a$.

(1) 方程 $y = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

①若 x_1, x_2 均大于 0, 求实数 a 的取值范围;

②若 $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2 - 3$, 求实数 a 的值;

(2) 设 $a > 0$, 若关于 x 的不等式 $y < 3a^2 + a$ 的解集为 A , $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 且 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

21. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a + 3 \leq 0\}$.

- (1) 若 $a = -3$, 且 $m + n \in A$, $m - n \in B$. 求 m, n 及 $3m - n$ 的取值范围;
- (2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知集合 $A = \{x | x = m^2 - n^2, m, n \in \mathbf{Z}\}$

(1) 判断 8, 9, 10 是否属于集合 A ;

(2) 已知集合 $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 证明: “ $x \in A$ ”的充分条件是“ $x \in B$ ”; 但“ $x \in B$ ”不是“ $x \in A$ ”

的必要条件:

(3) 记集合 $S = \{x \mid x \in A, x = 2k, k \in \mathbf{N}^*\}$, $T = \{x \mid x = 12k + 4, k \in \mathbf{N}^*\}$, 求证: $T \subseteq S$.

新东方
XDF.CN

