

# 高一数学 集合运算

高中 数学



1

○答案

$$\left[-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right]$$

○解析

$$A = \{x | -2 < x < 4\},$$

$$\because A \cap B = B, \therefore B \subseteq A,$$

$$\textcircled{1} \text{ 当 } B = \emptyset \text{ 时, } 3a + 2 = 1, a = -\frac{1}{3},$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } B \neq \emptyset \text{ 时,}$$

$$\therefore \begin{cases} 3a + 2 > 1 \\ 3a + 2 \leq 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 3a + 2 < 1 \\ 3a + 2 \geq -2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{1}{3} < a \leq \frac{2}{3} \text{ 或 } -\frac{4}{3} \leq a < -\frac{1}{3},$$

$$\text{综上所述, } a \text{ 的取值范围为: } \left[-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right].$$

2

○答案

$$a \geq 3$$

○解析

$$\text{由 (1) 可知 } \complement_U(A \cup B) = \{0, 5\},$$

$$\text{由于 } \complement_U(A \cup B) \subseteq C,$$

$$\therefore \begin{cases} -a < 0 \\ 2a - 1 \geq 5 \\ 2a - 1 > -a \end{cases}, \text{ 解得 } a \geq 3.$$

3

○答案

C

○解析

由  $2^n + n = 20$  求  $n$ , 用代入验证法可知  $n = 4$ .

故选 C.

4

(1)

○答案

$$\left\{a \mid a \leq \frac{1}{4}\right\}$$

○解析

$$\therefore \text{集合 } A = \{x | 2x^2 + 7x - 15 \leq 0\} = \{x | (2x - 3)(x + 5) \leq 0\} = \left\{x \mid -5 \leq x \leq \frac{3}{2}\right\},$$

$$\therefore B = \emptyset, \therefore \{x | 1 - 2a < x < 2a\} = \emptyset, \therefore 2a \leq 1 - 2a, \text{ 解得 } a \leq \frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{实数 } a \text{ 的取值集合: } \left\{a \mid a \leq \frac{1}{4}\right\}.$$

(2)

☉答案

$$\{a | a > 3\}$$

☉解析

$$\therefore A \subseteq B, \therefore \begin{cases} 1 - 2a < 2a \\ 1 - 2a < -5 \Rightarrow a > 3 \\ 2a > \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{实数 } a \text{ 的取值集合为 } \{a | a > 3\}.$$

☉备注

【点评】：本题考查了空集的意义，集合间的包含关系，集合的运算等知识，熟练一元二次不等式是解决本题的关键。

5

(1)

☉答案

$$A = \{x | x < 2\}, B = \{x | x > 4\}$$

☉解析

解：由  $2^x < 4 = 2^2$ ，得到  $A = \{x | x < 2\}$ 。

由  $y = \lg(x - 4)$  得到  $x - 4 > 0$  即  $B = \{x | x > 4\}$ 。

(2)

☉答案

$$(-\infty, 3)$$

☉解析

解:  $\because A = \{x|x < 2\}, B = \{x|x > 4\}$ .

$\therefore A \cup B = \{x|x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$ .

当  $C = \emptyset$  时, 即  $1 - m > m - 1$ .

解得:  $m < 1$ .

当  $C \neq \emptyset$  时,  $1 - m \leq m - 1$ , 即  $m \geq 1$ .

此时  $m - 1 < 2$  或  $1 - m > 4$ .

解得:  $1 \leq m < 3$ .

综上:  $m$  的取值范围  $(-\infty, 3)$ .

6

(1)

Q 答案

$A = (-1, 4); B = [-1, 3]$

Q 解析

【分析】: 求解  $f(x)$  中  $x$  的范围可得集合  $A$ , 根据二次函数的性质求解值域可得集合  $B$ .

函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+3x-x^2}}$  的定义域为集合  $A$ ,

即  $4+3x-x^2 > 0$ ,

解得:  $-1 < x < 4$ ,

$\therefore$  集合  $A = (-1, 4)$ ;

函数  $g(x) = -x^2 - 2x + 2, x \in [-1, 1]$  的值域为集合  $B$ .

对对称轴  $x = -1$ , 可知  $x \in [-1, 1]$  单调递减;

当  $x = -1$  时, 可得最大值为 3;

当  $x = 1$  时, 可得最小值为 -1;

$\therefore$  集合  $B = [-1, 3]$ .

(2)

Q 答案

$[-1, 2)$

Q 解析

【分析】：求解  $A \cup B$ ，根据  $C \cap (A \cup B) = C$ ，可得  $C \subseteq (A \cup B)$ ，即可求解  $m$  的范围。

由 (1) 可知  $A = (-1, 4)$ ； $B = [-1, 3]$ 。

那么  $A \cup B = B = [-1, 4)$ 。

根据  $C \cap (A \cup B) = C$ ，可得  $C \subseteq (A \cup B)$ ，

$\therefore C = \{x | m \leq x \leq m + 2\}$ ，

$$\therefore \begin{cases} m \geq -1 \\ m + 2 < 4 \end{cases}$$

解得： $-1 \leq m < 2$ 。

故得实数  $m$  的取值范围是  $[-1, 2)$ 。

📌 备注

【点评】：本题考查了集合的基本运算和定义域值域的求法。属于基础题。

7

📌 答案

C

📌 解析

【分析】：列举出符合条件的集合  $M$ ，即可得解。

即由题意是挑选集合  $\{3, 4, 5\}$  的非空真子集，所以应该是 6 个。

📌 备注

考查集合真子集个数知识。

8

(1)

📌 答案

$$(-1, 1] \cup (3, +\infty)$$

📌 解析

【分析】：分别对集合  $A$  和集合  $B$  进行化简，再求  $(\complement_{\mathbf{R}}A) \cap (\complement_{\mathbf{R}}B)$  即可。

集合  $A$  中  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 3)(x + 1)}{x - 1} \leq 0$ ，根据高次不等式解得  $x \in (-\infty, -1] \cup (1, 3]$ ，

当  $m = 1$  时，集合  $B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ ，则  $\complement_{\mathbf{R}}A = (-1, 1] \cup (3, +\infty)$ ， $\complement_{\mathbf{R}}B = (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$ ，则  $(\complement_{\mathbf{R}}A) \cap (\complement_{\mathbf{R}}B) = (-1, 1] \cup (3, +\infty)$ 。

(2)

📌 答案

$$\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup \{1\}$$

📌 解析

【分析】：根据子集定义求解  $B \subseteq A$  即可，不要忽略  $B \neq \emptyset$  的情况。

若满足  $B \subseteq A$ ，当集合  $B = \emptyset$  时，即  $m \geq 4m - 1$  时，解得  $m \leq \frac{1}{3}$ ；当  $B \neq \emptyset$  时，分两种情况，第一

种：  $\begin{cases} m < 4m - 1 \\ 4m - 1 \leq -1 \end{cases}$ ，无解，第二种情况：  $\begin{cases} m < 4m - 1 \\ 4m - 1 \leq 3 \\ m \geq 1 \end{cases}$ ，解得  $m = 1$ ，综上所述，

$$m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup \{1\}.$$

### ○备注

【点睛】：本题考查集合交并补的混合运算，根据包含关系求参数，属于基础题。

9

(1)

### ○答案

$$(\complement_I M) \cap N = \{2\}$$

### ○解析

【分析】：解二次方程可得集合  $N$ ，再利用补集和交集的定义求解即可。

因为  $M = \{-3\}$ ，则  $\complement_I M = \{x | x \neq -3\}$ ，

又因为  $N = \{2, -3\}$ ，从而有  $(\complement_I M) \cap N = \{2\}$ 。

(2)

### ○答案

$$-3 \leq a \leq 3$$

### ○解析

【分析】：由  $A \cap B = A$ ，可得  $A \subseteq B$ ，从而得  $a - 1 \leq 2 \leq a + 5$ ，解不等式即可得解。

因为  $A \cap B = A$ ，所以  $A \subseteq B$ ，

又因为  $A = \{2\}$ ，所以  $a - 1 \leq 2 \leq a + 5$ ，解得  $-3 \leq a \leq 3$ ，即实数  $a$  的取值范围是  $-3 \leq a \leq 3$ 。

### ○备注

【点睛】：本题主要考查了集合的运算及集合关系，属于基础题。

10

(1)

### ○答案

$$\{x | -2 \leq x < 4\}$$

### ○解析

$$\because a = 3.$$

$$\therefore P = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a + 1\} = \{x | 4 \leq x \leq 7\}.$$

$$\therefore \complement_{\mathbb{R}} P = \{x | x > 7 \text{ 或 } x < 4\}.$$

$$\because Q = \{x | -2 \leq x \leq 5\}.$$

$$\therefore (\complement_{\mathbb{R}} P) \cap Q = \{x | -2 \leq x < 4\}.$$

**(2)**

**Q 答案**

$$\{a | a \leq 2\}$$

**Q 解析**

① 若  $P = \emptyset$  时, 则  $2a + 1 < a + 1$  即  $a < 0$ , 此时满足  $P \subseteq Q$ .

② 若  $P \neq \emptyset$  时, 要使  $P \subseteq Q$ , 则 
$$\begin{cases} 2a + 1 \geq a + 1 \\ 2a + 1 \leq 5 \\ a + 1 \geq -2 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} a \geq 0 \\ a \leq 2 \\ a \geq -3 \end{cases}$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2.$$

由 ①② 知实数  $a$  的取值范围为  $\{a | a \leq 2\}$ .

11

(1)

○答案

$$A \cap B = (2, 9]$$

○解析

解:  $\because$  函数  $f(x) = \log_3(x-2) + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$  的定义域为集合  $A$ .

$$\therefore \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} x > 2 \\ x \geq 2 \text{ 或 } x \leq 1 \end{cases}$$

$$\therefore A = (2, +\infty).$$

$\because$  函数  $g(x) = 3^{2-x^2}$  的值域为集合  $B$ .

$$\therefore 2 - x^2 \in (-\infty, 2].$$

$$\therefore B = (0, 9].$$

$$\text{则 } A \cap B = (2, 9].$$

(2)

○答案

$$2 < a \leq 8$$

○解析

$$\text{解: } \because C = \{x | x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0\}.$$

$$\text{又 } \because x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0 \Rightarrow (x-a)(x-a-1) \leq 0 \Rightarrow a \leq x \leq a+1.$$

$$\therefore C \subseteq (A \cap B).$$

$$\therefore 2 < a \leq a+1 \leq 9.$$

$$\text{则 } 2 < a \leq 8.$$

12

○答案

$$(-4, +\infty)$$

○解析

$$\therefore \text{集合 } C = \{x | 2x + a > 0\} = \left\{x \mid x > -\frac{a}{2}\right\},$$

$$B = \{x | 2x - 4 \geq x - 2\} = \{x | x \geq 2\},$$

满足  $B \cup C = C$ .

$$\therefore B \subseteq C,$$

$$\therefore -\frac{a}{2} < 2, \text{ 解得 } a > -4,$$

$$\therefore \text{实数 } a \text{ 的取值范围是 } (-4, +\infty).$$

13 答案

C

解析

$$n^2 + n = 20, \text{ 解得 } n = 4.$$

故选 C

14 答案

A

解析

$$\complement_U A = \{0, 4\} \therefore (\complement_U A) \cap B = \{0, 4\}$$