高一上学期第一次月考试卷（2）

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

1．已知集合 $A=\{-1,1\}$，$B=\{x|ax=1\}$，若 $A\cap B=B$，则 a 的取值集合为（　）

A．$\{1\}$　　B．$\{-1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

2. 若“$0<x<1$”是“$(x-a)[x-(a+2)]<0$”的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$\{a|-1\le a\le 0\}$　　B．$\{a|-1<a<0\}$

C．$\{a|a\le 0$ 或 $a\ge 1\}$　　D．$\{a|a<-1$ 或 $a>0\}$

3．已知 $x>1,y>0$，且 $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{y}=1$，则 $x+2y-1$ 的最小值为（　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．$7+2\sqrt{6}$

4．设集合 $P=\{m|-1<m\le 0\}$，$Q=\{m|mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立$\}$，则 P 与 Q 的关系（　）

A．$P\subseteq Q$　　B．$Q\subseteq P$　　C．$P=Q$　　D．$P\cap Q=\varnothing$

5．设 a，b 是实数，集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in R\}$，$B=\{x||x-b|>3,x\in R\}$，且 $A\subseteq B$，则 $|a-b|$ 的取值范围为（　）

A．$[0,2]$　　B．$[0,4]$　　C．$[2,+\infty)$　　D．$[4,+\infty)$

6. 若 $A=\left\{x\left|\left|x-\dfrac{1}{2}\right|<1\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{1}{x}\ge 1\right.\right\}$，定义 $A\times B=\{x|x\in A\cup B$ 且 $x\notin A\cap B\}$，则 $A\times B=$（　）

A．$\{x|-\dfrac{1}{2}<x\le 0$ 或 $1\le x<\dfrac{3}{2}\}$　　B．$\{x|-\dfrac{1}{2}<x\le 0$ 或 $1<x<\dfrac{3}{2}\}$

C．$\left\{x\left|-\dfrac{1}{2}<x\le\dfrac{3}{2}\right.\right\}$　　D．$\{x|0<x\le 1\}$

7．已知$x>0$，$y>0$满足$2x^2y+xy^2-y-8x=0$，则$y+2x$的最小值为（　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．4　　C．$3\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}$

8．设a，b，c为实数，记集合$S=\{x\,|\,(x+a)(x^2+bx+c)=0$，$x\in R\}$，

$T=\{x\,|\,(ax+1)(cx^2+bx+1)=0$，$x\in R\}$．若$|S|$，$|T|$分别为集合S，$T$的元素个数，则下列结论不可能的是（　）

A．$|S|=1$且$|T|=0$　　B．$|S|=1$且$|T|=1$

C．$|S|=2$且$|T|=2$　　D．$|S|=2$且$|T|=3$

二、多选题

9．已知不等式$ax^2+bx+c>0$的解集为$\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<2\right.\right\}$，则下列结论正确的是（　）

A．$a<0$　　B．$b>0$　　C．$c>0$　　D．$a+b+c<0$

10．已知集合$A=\{x\,|-2\le x\le 7\},B=\{x\,|\,m+1<x<2m-1\}$，则使$A\cup B=A$的实数$m$的取值范围可以是（　）

A．$\{m\,|-3\le m\le 4\}$　　B．$\{m\,|\,m>2\}$

C．$\{m\,|\,2<m<4\}$　　D．$\{m\,|\,m\le 4\}$

11．用$C(A)$表示非空集合A中的元素个数，定义$A*B=|C(A)-C(B)|$.已知集合$A=\{x\,|\,x^2-1=0\}$，$B=\{x\,|(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0\}$，若$A*B=1$，则实数$a$的取值可能是（　）

A．$-2\sqrt{2}$　　B．0　　C．1　　D．$2\sqrt{2}$

12．下列结论中，正确的结论有.

A．如果$0<x<1$，那么$x(4-3x)$取得最大值时x的值为$\frac{2}{3}$

B．如果$x>0$，$y>0$，$x+3y+xy=9$，那么$x+3y$的最小值为6

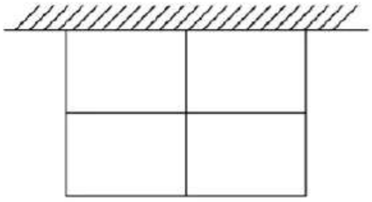
C．函数$f(x)=\dfrac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为2

D．如果$a>0$，$b>0$，且$\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+1}=1$，那么$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$的最小值为2

三、填空题

13．已知集合$A=\left\{x\left|x^{2}-2x-8\leq 0,x\in \mathrm{R}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x^{2}-\left(5+m\right)x+5m\leq \mathbf{0},x\in \mathrm{R}\right.\right\}$，设全集为**R**，若$B\subseteq \complement_{\mathrm{R}}A$，则实数$m$的取值范围为______.

14．如图，公园的管理员计划在一面墙的同侧，用彩带围成四个相同的长方形区域（墙面不挂彩带）.若每个区域面积为24m²，则围成四个区域的彩带总长最小值为________.



15．设集合$\{\dfrac{4}{a}+b\,|\,1\leq a\leq b\leq 2\}$中的最大元素与最小元素分别为$M,m$，则$M+m$的值为_________.

16．已知不等式$ax^{2}+bx+c<0$的解集为$\left\{x\left|2<x<3\right.\right\}$，则$\dfrac{b}{c}=$__________，$b+c+\dfrac{25}{a+2}$的最小值为__________.

五、解答题

17．已知集合$A=\left\{x\left|\left|x-1\right|\leq 3\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x^{2}-2mx+m^{2}-4\leq 0\right.\right\}$.

(1)命题p：$x\in A$，命题q: $x\in B$，且p是q的必要非充分条件，求实数m的取值范围:

(2)若$A\cap B\neq\varnothing$,求实数m的取值范围.

18．全国文明城市，简称文明城市，是指在全面建设小康社会中市民整体素质和城市文明程度较高的城市.全国文明城市称号是反映中国大陆城市整体文明水平的最高荣誉称号.连云港市黄海路社区响应号召，在全面开展"创文"的基础上，对一块空闲地进行改造，计划建一面积为4000m^2的矩形市民休闲广场.为此社区党委开会讨论确定方针：既要占地最少，又要美观实用.初步决定在休闲广场的东西边缘都留有宽为2m的草坪，南北边缘都留有5m的空地栽植花木.

(1)设占用空地的面积为S（单位：m^2），矩形休闲广场东西距离为x（单位：m，$x>0$），试用x表示S的函数；

(2)当x为多少时，占用空地的面积最少？并求最小值.

19．已知集合$A=\left\{x\left|(x-a)\left(x-a^2\right)<0\right.\right\}$，集合$B=\left\{x\left|\frac{2x}{x-1}<1\right.\right\}$，命题$P:x\in A$，命题$q:x\in B$.

(1)当实数a为何值时，p是q的充要条件；

(2)若p是q的充分不必要条件，求实数a的取值范围.

20．已知集合$A=\left\{x\in \mathrm{N}\left|3x^2-13x+4<0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|ax-1\geq 0\right.\right\}$.

(1)当$a=\frac{1}{2}$时，求$A\cap B$；

(2)若______，求实数a的取值范围.

请从①$A\cup B=B$，②$A\cap B=\varnothing$，③$A\cap\left(\complement_{R}B\right)\neq\varnothing$，这三个条件中选一个填入（2）中横线顶处，并完成第（2）问的解答.

21．已知关于 x 的不等式 $ax^2+3x+2\geq 0$（$a\in\mathbf{R}$）

(1)若 $ax^2+3x+2>0$ 的解集为 $\{x\mid b<x<1\}$，求实数 a，b 的值

(2)求关于 x 的不等式 $ax^2-3x+2>ax-1$ 的解集

22．设 a，b，$c\in R$，$a+b+c=0$，$abc=1$．

（1）证明：$ab+bc+ca<0$;

（2）用 $\max\{a，b，c\}$ 表示 a，b，c 中的最大值，证明：$\max\{a，b，c\}\geq\sqrt[3]{4}$．

参考答案：

1．D

【分析】由题意知$B \subseteq A$，分别讨论$B=\varnothing$和$B \neq \varnothing$两种情况，即可得出结果．

【详解】由$A \cap B=B$，知$B \subseteq A$，因为$A=\{-1,1\}$，$B=\{x \mid ax=1\}$，

若$B=\varnothing$，则方程$ax=1$无解，所以$a=0$满足题意；

若$B \neq \varnothing$，则$B=\{x \mid ax=1\}=\left\{x \middle| x=\frac{1}{a}\right\}$，

因为$B \subseteq A$，所以$\frac{1}{a}=\pm 1$，则满足题意$a=\pm 1$；

故实数a取值的集合为$\{-1,0,1\}$．

故选：D．

2．A

【分析】由$0<x<1$是$a<x<a+2$的充分不必要条件即可得出a的范围．

【详解】解$(x-a)[x-(a+2)]<0$得：$a<x<a+2$，

$\because 0<x<1$是$(x-a)[x-(a+2)]<0$的充分不必要条件，

所以$\begin{cases}1 \leq a+2 \\ a \leq 0\end{cases}$且等号不同时成立，解得：$-1 \leq a \leq 0$．

故选：A

3．A

【分析】利用“乘1法”将问题转化为求$[(x-1)+2y]\left(\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y}\right)$的最小值，然后展开利用基本不等式求解．

【详解】Q $x>1$，$\therefore x-1>0$，又$y>0$，且$\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y}=1$，

$\therefore x+2y-1=[(x-1)+2y]\left(\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y}\right)=5+\frac{2y}{x-1}+\frac{2(x-1)}{y} \geq 5+2\sqrt{\frac{2y}{x-1} \cdot \frac{2(x-1)}{y}}=9$，

当且仅当$\frac{2y}{x-1}=\frac{2(x-1)}{y}$，解得$x=4$，$y=3$时等号成立，

故$x+2y-1$的最小值为9．

故选：A．

【点睛】易错点睛：利用基本不等式求最值时，要注意其必须满足的三个条件：

（1）“一正”就是各项必须为正数；

（2）“二定”就是要求和的最小值，必须把构成和的二项之积转化成定值；要求积的最大值，则必须把构成积的因式的和转化成定值；

（3）“三相等”是利用基本不等式求最值时，必须验证等号成立的条件，若不能取等号则这个定值就不是所求的最值，这也是最容易发生错误的地方.

4．C

【分析】由$m\in R$时，不等式$mx^2+4mx-4<0$恒成立，分类讨论求得集合Q，再结合集合间的包含关系，即可求解.

【详解】解：由题意，当$m\in R$时，不等式$mx^2+4mx-4<0$恒成立，

当$m=0$时，不等式$-4<0$恒成立；

当$m\neq 0$时，则不等式$mx^2+4mx-4<0$恒成立，

满足$\begin{cases} m<0 \\ \Delta=(4m)^2-4m\times(-4)<0 \end{cases}$，解得$-1<m<0$，

综上可得$-1<m\leq 0$，即集合$Q=\{m\mid -1<m\leq 0\}$，

又因为集合$P=\{m\mid -1<m\leq 0\}$，所以$P=Q$.

故选：C.

5．D

【分析】解绝对值不等式得到集合A,B，再利用集合的包含关系得到不等式，解不等式即可得解.

【详解】集合$A=\{x\mid |x-a|<1,x\in R\}=\{x\mid a-1<x<a+1\}$，

$B=\{x\mid |x-b|\rangle 3,x\in R\}=\{x\mid x<b-3$ 或 $x>b+3\}$

又$A\subseteq B$，所以$a+1\leq b-3$或$a-1\geq b+3$

即$a-b\leq -4$或$a-b\geq 4$，即$|a-b|\geq 4$

所以$|a-b|$的取值范围为$[4,+\infty)$

故选：D

6．B

【分析】分别解不等式，根据$A\times B$的定义直接计算即可.

【详解】由已知 $A=\left\{x\left\|x-\frac{1}{2}\right|<1\right\}=\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right.\right\}$， $B=\left\{x\left|\frac{1}{x}\geq 1\right.\right\}=\{x|0<x\leq 1\}$，

则 $A\cup B=\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right.\right\}$， $A\cap B=\{x|0<x\leq 1\}$

故 $A\times B=\{x|-\frac{1}{2}<x\leq 0$ 或 $1<x<\frac{3}{2}\}$，

故选：B.

7．C

【解析】由题意可得 $y+2x=\frac{1}{x}+\frac{8}{y}$，结合目标式即可构造出 $(y+2x)^2=(y+2x)(\frac{1}{x}+\frac{8}{y})$，进而利用基本不等式求 $y+2x$ 的最小值

【详解】由 $2x^2y+xy^2-y-8x=0$ 知：$xy(2x+y)=y+8x$，而 $x>0$， $y>0$

$\therefore$ $y+2x=\frac{1}{x}+\frac{8}{y}$，则 $(y+2x)^2=(y+2x)(\frac{1}{x}+\frac{8}{y})=\frac{y}{x}+\frac{16x}{y}+10\geq 2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{16x}{y}}+10=18$

$\therefore$ $y+2x\geq 3\sqrt{2}$

故选：C

【点睛】本题考查了利用基本不等式求最值，由已知方程得到目标式的等价形式，应用等价代换构造出基本不等式的形式求最值

8．D

【分析】本题要发现 $x+a=0$ 与 $ax+1=0$、$x^2+bx+c=0$ 与 $cx^2+bx+1=0$ 的解的关系，同时考虑 $a=0$， $c=0$ 以及判别式对方程的根的个数的影响，通过假设最高次含参数的方程 $ax+1=0$ 有一个解， $cx^2+bx+1=0$ 有两个解，逆推集合S的解的情况即可.

【详解】解：若 $|T|=3$ 时 $ax+1=0$ 有一个解，$cx^2+bx+1=0$ 有两个解，且 $ax+1=0$ 的解 $x=-\frac{1}{a}$ 不是 $cx^2+bx+1=0$ 的解，

$\therefore c(-\frac{1}{a})^2+b(-\frac{1}{a})+c\neq 0$，即 $a^2-ab+c\neq 0$，

$\therefore x+a=0$ 的解不是 $x^2+bx+c=0$ 的解，

又 $cx^2+bx+1=0$ 有两个解，故 $\Delta=b^2-4c>0$，

$x^2+bx+c=0$ 有两个不等的根，

$\therefore(x+a)(x^2+bx+c)=0$ 有 3 个解，即 $|S|=3$，

故D不可能成立，

对于$f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)$，则$f(x)=0$时至少有一个根$x=-a$，

当$b^2-4c=0$时$f(x)=0$还有一根$x=-\frac{b}{2}$，只要$b\neq 2a$时$f(x)=0$就有2个根，

当$b=2a$时$f(x)=0$只有1个根，

当$b^2-4c<0$时$f(x)=0$只有1个根，

当$b^2-4c>0$时$f(x)=0$有2个根或3个根，

当$a=b=c=0$时$|S|=1$且$|T|=0$，故A正确；

当$a>0$，$b=0$，$c>0$时$|S|=1$且$|T|=1$，故B正确；

当$a=c=1$，$b=-2$时$|S|=2$且$|T|=2$，故C正确；

故选：D.

9．ABC

【分析】利用二次不等式解集与方程之间的关系逐项判断可得出合适的选项.

【详解】因为不等式$ax^2+bx+c>0$的解集为$\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<2\right\}$，则$a<0$，A对；

由题意可知，关于x的二次方程$ax^2+bx+c=0$的两根分别为$-\frac{1}{2}$、2，

由韦达定理可得$\begin{cases}-\frac{1}{2}+2=-\frac{b}{a}\\-\frac{1}{2}\times 2=\frac{c}{a}\end{cases}$，可得$\begin{cases}b=-\frac{3}{2}a\\c=-a\end{cases}$，则$b>0$，$c>0$，BC都对；

$a+b+c=a-\frac{3}{2}a-a=-\frac{3}{2}a>0$，D错.

故选：ABC.

10．ACD

【分析】$\because A\cup B=A,\therefore B\subseteq A$，分$B$不为空集、$B$为空集，分别求$m$的范围可得答案.

【详解】$\because A\cup B=A,\therefore B\subseteq A$，

①若B不为空集，则$m+1<2m-1$，解得$m>2$，

$\because A=\{x|-2\leq x\leq 7\},B=\{x|m+1<x<2m-1\}\therefore m+1\geq -2$，且$2m-1\leq 7$，

解得$-3\leq m\leq 4$，此时$2<m\leq 4$；

②若B为空集，则$m+1\geq 2m-1$，解得$m\leq 2$，符合题意，

综上实数m满足$m \le 4$即可，

故选：ACD.

11．ABD

【解析】先分析$C(A)=2$，又由$A*B=1$，分析易得$C(B)=1$或3，即方程

$(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0$有1个根或3个根，分析方程$(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0$的根的情况，

可得a可取的值，即可得答案．

【详解】根据题意，已知$A=\{1，2\}$，则$C(A)=2$，

又由$A*B=1$，则$C(B)=1$或3，

即方程$(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0$有1个根或3个根；

若$(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0$，则必有$ax^2+3x=0$或$x^2+ax+2=0$，

若$ax^2+3x=0$，则$x=0$或$ax+3=0$，

当$a=0$时，$B=\{0\}$，$C(B)=1$，符合题意；

当$a\ne 0$时，$ax^2+3x=0$对应的根为0和$-\frac{3}{a}$；

故①需$x^2+ax+2=0$有两等根且根不为0和$-\frac{3}{a}$，

当$\triangle=0$时，$a=\pm 2\sqrt{2}$，

$a=2\sqrt{2}$，此时$B=\{0，-2\sqrt{2}，-\frac{3\sqrt{2}}{4}\}$，$C(B)=3$，符合题意；

$a=-2\sqrt{2}$，此时$B=\{0，2\sqrt{2}，\frac{3\sqrt{2}}{4}\}$，$C(B)=3$，符合题意；

②当$-\frac{3}{a}$是$x^2+ax+2=0$的根时，解得$a=\pm 3$；

$a=3$，此时$B=\{0，-1，-2\}$，$C(B)=3$，符合题意；

$a=-3$，此时$B=\{0，1，2\}$，$C(B)=3$，符合题意；

综合可得：a可取的值为0，± 3，$\pm\sqrt{2}$，

故选：ABD

【点睛】本题考查集合的表示方法，关键是依据$C(A)$的意义，分析集合B中元素的个数，

进而分析方程$(ax^2+3x)(x^2+ax+2)=0$的根的情况．

12．AB

【解析】A.将其配成顶点坐标式即可得出答案；

B.将其配成$xy \le \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{x+3y}{2}\right)^2$代入$x+3y+xy=9$即可得其最小值；

C. 函数$f\left(x\right)=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$，当且仅当$\sqrt{x^2+4}=1$此时$x$无解

D.根据题意构造$a+2b=\frac{1}{2}\left(\left(2a+b\right)+3(b+1)-3\right)$，将“1”替换为$\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+1}$，代入用基本不等式.

【详解】解：对于 A. 如果$0<x<1$，那么$y=x\left(4-3x\right)=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{4}{3}$，当$x=\frac{2}{3}$时取得最大值，故正确；

对于 B.如果$x>0$，$y>0$，$x+3y+xy=9$则$9=x+3y+xy\le x+3y+\frac{1}{3}\left(\frac{x+3y}{2}\right)^2$整理得

$\left(x+3y\right)^2+12\left(x+3y\right)-108\ge 0$，所以$x+3y\ge 6$或$x+3y\le -18$（舍去），当且仅当$y=1,x=3$时取得最小值，故正确；

对于 C. 函数$f\left(x\right)=\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\ge 2$，当且仅当$\sqrt{x^2+4}=1$此时$x$无解，不能取得最小值 2，故错误；

对于 D. 如果$a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+1}=1$，

那么$a+2b=\frac{1}{2}(2a+4b)=\frac{1}{2}\left(\left(2a+b\right)+3(b+1)-3\right)\times 1$

$=\frac{1}{2}\left(\left(2a+b\right)+3(b+1)\right)\times\left(\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+1}\right)-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\left(1+3+\frac{3(b+1)}{2a+b}+\frac{2a+b}{b+1}\right)-\frac{3}{2}$

$\ge\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{\frac{3(b+1)}{2a+b}\cdot\frac{2a+b}{b+1}}+\frac{1}{2}=\sqrt{3}+\frac{1}{2}$当且仅当$2a+b=3(b+1)$即$a=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{2},b=\frac{\sqrt{3}}{3}$时取得最小值，故错误.

故选：AB

【点睛】易错点睛：利用基本不等式求最值时，要注意其必须满足的三个条件：

（1）“一正二定三相等”“一正”就是各项必须为正数；

（2）“二定”就是要求和的最小值，必须把构成和的二项之积转化成定值；要求积的最大值，则必须把构成积的因式的和转化成定值；

（3）“三相等”是利用基本不等式求最值时，必须验证等号成立的条件，若不能取等号则这个定值就不是所求的最值，这也是最容易发生错误的地方.

13．$(4,+\infty)$

【分析】解不等式求得$\complement_R A$，根据$B\subseteq\complement_R A$，分类讨论$m$的取值，确定集合$B$，从而求得$m$的取值范围.

【详解】解不等式$x^2-2x-8\le 0$，得$-2\le x\le 4$，所以$\complement_R A=\{x|x<-2或x>4\}$，

$B=\left\{x\left|x^2-(5+m)x+5m\le 0,x\in R\right.\right\}=\left\{x\left|(x-5)(x-m)\le 0\right.\right\}$，

因为$B\subseteq\complement_R A$，

当$m=5$时，$B=\{5\}$，满足题意；

当$m>5$时，$B=[5,m]$，满足题意.

当$m<5$时，$B=[m,5]$，

由$B\subseteq\complement_R A$，得$m>4$，所以$4<m<5$.

综上，m的取值范围为$(4,+\infty)$.

故答案为：$(4,+\infty)$

14．48m

【分析】设每个区域的长和宽分别为x m和y m,根据题意可得$xy=24$,则彩带总长为$l=4x+6y$,再运用基本不等式求解l的最小值即可.

【详解】设每个区域的长和宽分别为x m和y m,根据题意可得$xy=24$,

则彩带总长为$l=4x+6y\geqslant 2\sqrt{24xy}=48$，当且仅当$4x=6y$，

即$x=6$且$y=4$时等号成立,

所以每个区域的长和宽分别为6m和4m时,彩带总长最小，且最小值为48m.

故答案为：48m

15．10

【详解】$\because 1\le a\le b\le 2$，$\therefore a$取最小值为1，$b$取最大值为2.

所以最大值$M=\dfrac{4}{a}+b=4+2=6$，

又∵ $\frac{4}{a}+b\geq\frac{4}{a}+a\geq 4$，即最小值 $m=4$，所以 $M+m=6+4=10$，故答案为10.

16.　$-\frac{5}{6}$　8

【分析】结合一元二次不等式、一元二次方程以及根与系数关系列方程，由此求得 $b=-5a$，$c=6a$，进而求得 $\frac{b}{c}$.利用基本不等式求得 $b+c+\frac{25}{a+2}$ 的最小值.

【详解】由题知 $a>0$，$-\frac{b}{a}=2+3=5$，$\frac{c}{a}=2\times 3=6$，

则 $b=-5a$，$c=6a$，$\frac{b}{c}=-\frac{5}{6}$，

$b+c+\frac{25}{a+2}=a+\frac{25}{a+2}=(a+2)+\frac{25}{a+2}-2\geq 2\sqrt{(a+2)\times\frac{25}{a+2}}-2=8$，

当且仅当 $a+2=\frac{25}{a+2}$，即 $a=3$ 时取等号.

故 $b+c+\frac{25}{a+2}$ 的最小值为8.

故答案为：$-\frac{5}{6}$；8

【点睛】本小题主要考查根据一元二次不等式的解集求参数，考查利用基本表达式求最值，属于中档题.

17. (1) $m\in[0,2]$

(2) $m\in[-4,6]$

【分析】(1)要使 p 是 q 的必要不充分条件，则 B 　A 即可；

(2)求 $A\cap B=\varnothing$ 时 m 的取值范围，然后求其补集.

【详解】（1）因为 p 是 q 的必要不充分条件，所以 B 　A，

B 集合：$\Delta=4m^2-4\left(m^2-4\right)=16>0$，所以 B 不可能为空集，

因为 $x^2-2mx+m^2-4=\left[x-(m-2)\right]\left[x-(m+2)\right]$，

所以 $B=\{x|m-2\leq x\leq m+2\}$，

集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 4\}$，

所以$\begin{cases}m-2\geq -2\\ m+2<4\end{cases}$或$\begin{cases}m-2>-2\\ m+2\leq 4\end{cases}$，分别解不等式组，取并集后可得$m\in[0,2]$.

（2）由（1）知$A=\{x|-2\leq x\leq 4\}$，$B=\{x|m-2\leq x\leq m+2\}$，

当$A\cap B=\varnothing$时：$m+2<-2$或$m-2>4$，

解之得：$m<-4$或$m>6$，

则$A\cap B\neq\varnothing$时，$m\in[-4,6]$.

18．(1)$S=4040+\dfrac{16000}{x}+10x(x>0)$；

(2)当休闲广场东西距离为40m时，用地最小值为4880m².

【分析】（1）根据矩形面积公式求得S的表达式.

（2）利用基本不等式求得S的最小值以及此时x的值.

【详解】（1）因为广场面积须为4000m^2，所以矩形广场的南北距离为$\dfrac{4000}{x}\text{m}$，

所以$S=(x+4)(\dfrac{4000}{x}+10)=4040+\dfrac{16000}{x}+10x(x>0)$.

（2）由（1）知$S=4040+\dfrac{16000}{x}+10x\geq 4040+2\sqrt{\dfrac{16000}{x}\cdot 10x}=4040+800=4840$，

当且仅当$\dfrac{16000}{x}=10x, x=40\text{m}$时，等号成立.

答：当休闲广场东西距离为40m时，用地最小值为4880m².

19．(1)-1

(2)$\{a|-1<a\leq 1\}$

【分析】（1）解分式不等式求出集合B，根据p是q的充要条件，可得$A=B$，即可得解；

（2）由p是q的充分不必要条件，可得A是B的真子集，再分$A=\varnothing$和$A\neq\varnothing$两种情况讨论，从而可得出答案.

【详解】（1）解：$\dfrac{2x}{x-1}<1$，即$\dfrac{2x}{x-1}-1=\dfrac{x+1}{x-1}<0$，

有$(x-1)(x+1)<0$，解得$-1<x<1$，

故$B=\{x|-1<x<1\}$，

因为p是q的充要条件，所以$A=B$，

故$(x-a)(x-a^2)<0$的解集也为$\{x|-1<x<1\}$，

所以$\begin{cases}a=-1\\a^2=1\end{cases}$，解得$a=-1$；

（2）解：因为p是q的充分不必要条件，所以A是B的真子集，

① $A=\varnothing$时，此时$a=a^2$，即$a=0$或$a=1$，符合题意，

② $A\neq\varnothing$时，当$a<0$或$a>1$时，$a^2>a$，即$A=\{x|a<x<a^2\}$，

此时$\begin{cases}a^2\le 1\\a\ge -1\end{cases}$（不同时取等号），解得$-1<a<0$，

当$0<a<1$时，$a^2<a$，即$A=\{x|a^2<x<a\}$，

此时$\begin{cases}a\le 1\\a^2\ge -1\\0<a<1\end{cases}$ （不同时取等号），解得$0<a<1$，

综上所述a的取值范围$\{a|-1<a\le 1\}$.

20．(1) $A\cap B=\{2,3\}$

(2)答案见解析

【分析】（1）首先解一元二次不等式求出集合A，再根据a的值求出集合B，最后根据交集的定义计算可得；

（2）结合所选条件，利用集合的交并补集运算与集合包含关系的相互转化可求．

【详解】（1）由题意得，$A=\left\{x\in N\left|\frac{1}{3}<x<4\right.\right\}=\{1,2,3\}$.

当$a=\frac{1}{2}$时，$B=\left\{x\left|\frac{1}{2}x-1\ge 0\right.\right\}=\{x|x\ge 2\}$，

$\therefore A\cap B=\{2,3\}$.

（2）选择①：

Q $A\cup B=B$， $\therefore A\subseteq B$.

当$a=0$时，$B=\varnothing$，不满足$A\subseteq B$，舍去；

当$a>0$时，$B=\left\{x\middle|x\geq\frac{1}{a}\right\}$，要使$A\subseteq B$，则$\frac{1}{a}\leq1$，解得$a\geq1$；

当$a<0$时，$B=\left\{x\middle|x\leq\frac{1}{a}\right\}$，此时$\frac{1}{a}<0$，$A\cup B=A$，舍去，

综上，实数a的取值范围为$[1,+\infty)$.

选择②：

当$a=0$时，$B=\varnothing$，满足$A\cap B=\varnothing$；

当$a>0$时，$B=\left\{x\middle|x\geq\frac{1}{a}\right\}$，要使$A\cap B=\varnothing$，则$\frac{1}{a}>3$，解得$0<a<\frac{1}{3}$；

当$a<0$时，$B=\left\{x\middle|x\leq\frac{1}{a}\right\}$，此时$\frac{1}{a}<0$，$A\cap B=\varnothing$，

综上，实数a的取值范围为$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)$.

选择③：

当$a=0$时，$B=\varnothing$，$\complement_{R}B=\mathbf{R}$，$\therefore A\cap(\complement_{R}B)=A\neq\varnothing$，满足题意；

当$a>0$时，$B=\left\{x\middle|x\geq\frac{1}{a}\right\}$，$\complement_{R}B=\left\{x\middle|x<\frac{1}{a}\right\}$，

要使$A\cap(\complement_{R}B)\neq\varnothing$，则$\frac{1}{a}>1$，解得$0<a<1$；

当$a<0$时，$B=\left\{x\middle|x\leq\frac{1}{a}\right\}$，$\complement_{R}B=\left\{x\middle|x>\frac{1}{a}\right\}$.

此时$A\cap(\complement_{R}B)=A\neq\varnothing$，满足题意，

综上所述，实数a的取值范围为$(-\infty,1)$.

21．(1)$a=-5,b=-\frac{2}{5}$

(2)答案见解析

【分析】(1) 由不等式的解集可知$x=1$是方程$ax^2+3x+2=0$的一个根，从而可求出a,b.

(2) 对a分情况讨论，由方程$ax^2-(a+3)x+3=0$根的分布情况即可求解集.

【详解】(1) 若$ax^2+3x+2>0$的解集为$\{x|b<x<1\}$，

则$x=1$是方程$ax^2+3x+2=0$的一个根，

即$a+3+2=0$，得$a=-5$，

所以不等式为$-5x^2+3x+2>0$，

解得：$-\frac{2}{5}<x<1$，所以$b=-\frac{2}{5}$.

即$a=-5$，$b=-\frac{2}{5}$.

（2）$\boldsymbol{ax}^2-3\boldsymbol{x}+2>\boldsymbol{ax}-1$

即$ax^2-(a+3)x+3>0$，

①当$a=0$时，即$-3x+3>0$，解得：$x<1$.

不等式的解集为：$(-\infty,1)$；

②当$a\neq 0$时，令$ax^2-(a+3)x+3=0$，$x_1=1,x_2=\frac{3}{a}$，

若$a<0$时，不等式解集为：$(\frac{3}{a},1)$，

若$0<a<3$时，不等式解集为：$(-\infty,1)\cup(\frac{3}{a},+\infty)$，

若$a=3$时，不等式解集为：$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，

若$a>3$时，　不等式解集为：$(-\infty,\frac{3}{a})\cup(1,+\infty)$

综上：

当$a<0$时，不等式解集为：$(\frac{3}{a},1)$；

当$a=0$时，不等式的解集为：$(-\infty,1)$；

当$0<a<3$时，不等式解集为：$(-\infty,1)\cup(\frac{3}{a},+\infty)$；

当$a=3$时，不等式解集为：$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$；

当$a>3$时，　不等式解集为：$(-\infty,\frac{3}{a})\cup(1,+\infty)$.

22.（1）证明见解析（2）证明见解析.

【分析】(1）方法一：由$\left(a+b+c\right)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$结合不等式的性质，即可得出证明；

（2）方法一：不妨设$\max\left\{a,b,c\right\}=a$，因为$a+b+c=0,abc=1$，所以

$a>0,b<0,c<0,a=\left(-b\right)+\left(-c\right)\geq 2\sqrt{bc}=2\sqrt{\frac{1}{a}}$，则$a^3\geq 4,a\geq\sqrt[3]{4}$. 故原不等式成立.

【详解】（1）[方法一]【最优解】：通性通法

$\because (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$，

$\therefore ab+bc+ca=-\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)$.

$\because abc=1, \therefore a,b,c$ 均不为0，则 $a^2+b^2+c^2>0$，$\therefore ab+bc+ca=-\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)<0$.

[方法二]：消元法

由 $a+b+c=0$ 得 $b=-(a+c)$，则

$ab+bc+ca=b(a+c)+ca=-(a+c)^2+ac=-(a^2+ac+c^2)=-\left(a+\frac{c}{2}\right)^2-\frac{3}{4}c^2\le 0$，当且仅当

$a=b=c=0$ 时取等号，

又 $abc=1$，所以 $ab+bc+ca<0$.

[方法三]：放缩法

方式 1：由题意知 $a\ne 0, a+b+c=0, a=-(c+b), a^2=(c+b)^2=c^2+b^2+2cb\ge 4bc$，又

$ab+bc+ca=a(b+c)+bc=-a^2+bc\le -a^2+\frac{a^2}{4}=-\frac{3a^2}{4}<0$，故结论得证.

方式 2：因为 $a+b+c=0$，

所以 $0=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$=\frac{1}{2}\left[(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a^2)\right]+2ab+2bc+2ca$

$\ge \frac{1}{2}(2ab+2bc+2ca)+2ab+2bc+2ca=3(ab+bc+ca)$.

即 $ab+bc+ca\le 0$，当且仅当 $a=b=c=0$ 时取等号，

又 $abc=1$，所以 $ab+bc+ca<0$.

[方法四]：

因为 $a+b+c=0, abc=1$，所以 a，b，c 必有两个负数和一个正数，

不妨设 $a\le b<0<c$, 则 $a=-(b+c)$, $\therefore ab+bc+ca=bc+a(c+b)=bc-a^2<0$.

[方法五]：利用函数的性质

方式 1：$6b=-(a+c)$，令 $f(c)=ab+bc+ca=-c^2-ac-a^2$，

二次函数对应的图像开口向下，又 $abc=1$，所以 $a\ne 0$，

判别式 $\Delta=a^2-4a^2=-3a^2<0$，无根，